**BẢN THẢO**

***CÁC MÔ HÌNH TRONG KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN*** *KS. Võ Minh Tài*

*1Đại học Bách Khoa (BKU), Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam*

**MỤC LỤC**

LỜI MỞ ĐẦU ................................................................................................................1

CHƯƠNG 1: PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG ĐỘNG CƠ .........................................3 1.1. Mô hình toán học động cơ DC ................................................................................3 1.2 Phương pháp nhận dạng động cơ .............................................................................5 1.3 Thiết lập chương trình nhận dạng.............................................................................7

1.4 Nghiên cứu tình huống: Nhận dạng động cơ DC.....................................................9 1.4.1 Giới thiệu về động cơ.........................................................................................9 1.4.2 Thực nghiệm và thu thập kết quả.......................................................................9

CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC QUAY HAI BẬC ..............................11 2.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược quay ......................................................................11

2.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay...................................................................12 2.2.1 Cơ sở khoa học.................................................................................................12 2.2.2 Thành lập phương trình động học cho hệ con lắc ngược quay ........................13 2.2.3 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay dưới dạng phương trình vi phân ........17

CHƯƠNG 3: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC XE HAI BẬC – HỆ ĐƠN THANH CON LẮC.....................................................................................................................21

3.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược trên xe – hệ đơn thanh con lắc..............................21

3.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược trên xe................................................................23 3.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược trên xe......................23 3.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược trên xe .....................................................26

CHƯƠNG 4: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC TRÊN XE – HỆ HAI THANH CON LẮC ..............................................................................................................................27

4.1 Giới thiệu mô hình con lắc ngược hai bậc trên xe..................................................27

4.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe ...................................................29 4.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược hai bậc trên xe .........29 4.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe.........................................31

CHƯƠNG 5: MÔ HÌNH HỆ PENDUBOT..................................................................33

5.1 Giới thiệu về hệ pendubot ......................................................................................33

5.2 Mô tả toán học hệ Pendubot ...................................................................................35 5.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ Pendubot .........................................35 5.2.2 Mô tả toán học dưới dạng phương trình vi phân..............................................40

CHƯƠNG 6: MÔ HÌNH PENDUBOT BA BẬC TƯ DO...........................................41 6.1 Giới thiệu về mô hình Pendubot ba bậc tự do ........................................................41 6.2 Mô tả toán học hệ Pendubot ba thanh ....................................................................41

CHƯƠNG 7: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC BÁNH XE QUÁN TÍNH ..................47 7.1 Giới thiệu về mô hình bánh đà con lắc ngược quay ...............................................47 7.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược bánh xe quán tính ..............................................48

CHƯƠNG 8: MÔ HÌNH HỆ BÓNG VÀ THANH ĐỠ...............................................52 8.1 Giới thiệu về mô hình hệ bóng và thanh ................................................................52 8.2 Mô tả toán học cho hệ bóng và thanh đỡ................................................................54

CHƯƠNG 9: MÔ HÌNH HỆ BỒN NƯỚC ĐƠN ........................................................56 9.1 Giới thiệu mô hình hệ bồn nước đơn......................................................................56 9.2 Mô hình toán hệ thống bồn nước đơn ....................................................................57

CHƯƠNG 10: MÔ HÌNH HỆ CẦU TRỤC.................................................................59 10.1 Giới thiệu về mô hình hệ cầu trục ........................................................................59 10.2 Mô hình toán hệ thống tháp cầu trục ....................................................................63

CHƯƠNG 11: MÔ HÌNH HỆ XE HAI BÁNH CÂN BẰNG .....................................67 11.1 Giới thiệu về mô hình hệ xe hai bánh cân bằng ...................................................67 11.2 Mô hình toán học hệ robot xe hai bánh cân bằng.................................................69

CHƯƠNG 12: MÔ HÌNH HỆ THỐNG LÒ NHIỆT ...................................................74 12.1 Giới thiệu về mô hình hệ lò nhiệt.........................................................................74

12.2 Mô hình toán học của hệ thống lò nhiệt ...............................................................75 12.3 Giới thiệu về các thành phần trong mô hình thực tế hệ thống lò nhiệt ................76

CHƯƠNG 13: MÔ HÌNH HỆ ACROBOT..................................................................80 13.1 Giới thiệu về mô hình hệ Acrobot........................................................................80 13.2 Mô hình toán học hệ Acrobot...............................................................................81

TÀI LIỆU THAM KHẢO............................................................................................84

PHỤ LỤC .....................................................................................................................88

I. Giới thiệu phần mềm Matlab® của MathWorks.......................................................88 I.A Giới thiệu về Simulink........................................................................................89 I.B Giới thiệu các khối hỗ trợ thiết kế và mô phỏng một hệ thống điều khiển tự động ...................................................................................................................................89

II. Giới thiệu thư viện lập trình Waijung STM32F4 trên Matlab.................................91 III. Phần mềm Terminal................................................................................................91 IV. Cầu H IR2184.........................................................................................................92 V. Giới thiệu về vi điều khiển STM32F407 DISCOVERY.........................................93

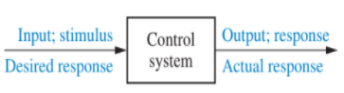
VI. Sơ đồ kết nối phần cứng điều khiển mô hình con lắc ngược quay sử dụng vi điều khiển STM32F407 Discovery ......................................................................................95

VII. Thiết kế mạch cầu H .............................................................................................96

**LỜI MỞ ĐẦU**

Kỹ thuật điều khiển trong lĩnh vực Điều khiển Tự động tuy không mới nhưng đóng một vai trò rất quan trọng trong quá trình tự động hóa của thế giới nói chung và Việt Nam nói riêng. Mọi quá trình tự động hóa đều yêu cầu ngày càng cao về độ chính xác, tin cậy, khả năng làm việc trong môi trường khắc nghiệt với thời gian dài của các hệ thống Điều khiển tự động. Vì vậy, việc nghiên cứu và phát triển các hệ thống để đáp ứng được yêu cầu trên là việc cần thiết.

Hệ thống điều khiển bao gồm các hệ thống con và quy trình được lắp ráp với mục đích đạt được ngõ ra mong muốn với hiệu suất mong muốn, cùng một ngõ vào được chỉ định. Hình A.1 cho thấy một hệ thống điều khiển ở dạng đơn giản nhất của nó, trong đó ngõ vào đại diện cho ngõ ra mong muốn. [1]

***Hình A.1*** *Mô tả đơn giản của một hệ thống điều khiển*

Khi thiết kế một hệ thống điều khiển chúng ta cần tuân thủ các bước sau: [1] **Bước 1:** Xác định một hệ thống vật lý và các thông số kỹ thuật của hệ từ các yêu cầu.

**Bước 2:** Vẽ sơ đồ khối chức năng.

**Bước 3:** Biểu diễn hệ thống vật lý dưới dạng giản đồ.

**Bước 4:** Sử dụng giản đồ để xây dựng mô hình toán học, chẳng hạn như sơ đồ khối. **Bước 5:** Đơn giản hoá sơ đồ khối.

**Bước 6:** Phân tích và thiết kế hệ thống để đáp ứng các yêu cầu đã được đặt ra bao gồm tính ổn định, đáp ứng hệ thống và hiệu suất ở trạng thái ổn định Cuốn sách ***Các mô hình trong kỹ thuật điều khiển*** giới thiệu lần lượt đến đọc giả về các mô hình thí nghiệm phổ biến trong phòng thí nghiệm kỹ thuật điều khiển. Nhóm tác giả hi vọng từ những phân tích các mô hình trong cuốn sách này sẽ là cơ sở cho các bạn đọc giả nghiên cứu ứng dụng vào các phương pháp điều khiển. Cách tiếp cận các mô hình dựa trên các phương trình toán học và các định luật toán học để mô tả hệ thống.

Cuốn sách ***Các mô hình trong kỹ thuật điều khiển*** này bao gồm 12 chương lần lượt giới thiệu đến quý bạn đọc theo trình tự như sau:

1

***Chương 1:*** *Phương pháp nhận dạng động cơ*

***Chương 2:*** *Mô hình con lắc ngược quay hai bậc tự do*

***Chương 3:*** *Mô hình con lắc ngược trên xe – Hệ đơn thanh con lắc* ***Chương 4:*** *Mô hình con lắc ngược trên xe – Hệ hai thanh con lắc* ***Chương 5:*** *Mô hình Pendubot*

***Chương 6:*** *Mô hình Pendubot ba bậc tự do*

***Chương 7:*** *Mô hình bánh đà con lắc ngược quay*

***Chương 8:*** *Mô hình hệ bóng và thanh*

***Chương 9:*** *Mô hình bồn nước đơn*

***Chương 10:*** *Mô hình hệ cầu trục*

***Chương 11:*** *Mô hình hệ xe hai bánh cân bằng*

***Chương 12:*** *Mô hình hệ thống lò nhiệt*

***Chương 13:*** *Mô hình hệ Acrobot*

Mặc dù nhóm tác giả đã cố gắng biên soạn, song nội dung cuốn sách khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến gia đình đã khuyến khích, động viên để tác giả có thể hoàn thiện cuốn sách này.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến Huỳnh Thanh Hải, Trần Hoàng Minh, Võ Anh Khoa, Nguyễn Huy Hoàng, Trần Minh Đức đã giúp đỡ, động viên, hỗ trợ về mặt tinh thần để tác giả hoàn thành cuốn sách này.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến quản lý trực tiếp Th.S Lê Thị Thanh Minh đã tạo điều kiện thuận lợi để tác giả có thời gian hoàn thành tác phẩm này. Nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn bạn đọc gần xa đã đóng góp ý kiến để quyển sách này được hoàn thiện hơn. Thư góp ý xin gửi về địa chỉ Email: minhtai.hcmute@gmail.com và hainvd@hcmute.edu.vn

TPHCM, ngày…tháng…năm 2022

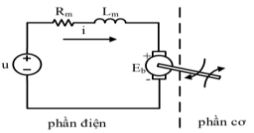
Đại diện nhóm tác giả

Võ Minh Tài

2

**CHƯƠNG 1: PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG ĐỘNG CƠ 1.1. Mô hình toán học động cơ DC**

Hầu hết các mô hình hệ thống có phương trình động học với ngõ vào là momen (momentum) ��, để thuận lợi cho việc điều khiển hệ, cần phải biến đổi phương trình động học của hệ thống về dạng ngõ vào là điện áp. Như vậy, việc điều khiển sẽ dễ dàng hơn. Chương này được thực hiện dựa trên nghiên cứu ở tài liệu [2].

Đồng thời, ta có thể thấy rằng, bản thân động cơ cũng là một hệ phi tuyến và điện áp mới là thành phần điều khiển mà người điều khiển sử dụng cho hệ thống. Momen động cơ chỉ là thành phần được tạo ra do quá trình sử dụng điện áp. Do đó việc chuyển đổi phương trình toán học về dạng ngõ vào điện áp (thay vì momen) là cần thiết. Từ những phân tích ở trên, nhóm tác giả đã thực hiện chương Phương pháp nhận dạng động cơ đầu tiên để làm tiền đề cho các phân tích trong mô hình ở các chương sau. 

***Hình 1.1*** *Cấu trúc động cơ DC*

***Bảng 1.1*** *Thông số động cơ*

| **Ký hiệu** ���� ���� ���� ���� ���� ���� ����  ���� ��  ���� ���� ���� | **Mô Tả**  Điện trở động cơ (��)  Cuộn cảm động cơ (H)  Hằng số phản điện (V/rad/sec)  Hằng số momen (Nm/A)  Momen quán tính của rotor động cơ DC (������2) Hệ số ma sát nhớt (Nm/rad/sec)  Momen ma sát (Nm)  Momen xoắn cản (Nm)  Vận tốc động cơ DC  Momen xoắn nội (Nm)  Góc xoay trục động cơ (rad)  Tỷ số truyền động cơ | **Chú thích**  Nhà sản xuất cung cấp Nhà sản xuất cung cấp Nhà sản xuất cung cấp Nhà sản xuất cung cấp Nhà sản xuất cung cấp Phải tính toán xác định Nhà sản xuất cung cấp Đại lượng để tính toán Đại lượng để tính toán Đại lượng để tính toán Đại lượng để tính toán Đại lượng để tính toán |
| --- | --- | --- |

Cấu trúc động cơ được chia ra thành 2 phần: phần điện và phần cơ

3

Phần điện:

�� = ������������+ ������ + ���� mà ���� = ������ nên �� = ������������+ ������ + ������ (1.1) Phần cơ:

��������

����= ���� − ���� − ������ − ���� mà ���� = ������ nên ��������

���� = ������ − ���� − ������ − ����

Công suất điện:

(1.2)

���� = ������(��) (1.3) Công suất cơ:

���� = ������(��) (1.4) Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

���� = ���� => ������ = ������(W)

=> �������� = �������� => ���� = ����

(1.5)

Trong trường hợp ����và ���� dùng đơn vị MKS (����có đơn vị V/rad/s và ���� có đơn vị Nm/A). Lúc này, ���� = ����

Biến đổi Laplace (1.1) và (1.2), ta được:

{��(��) = ��������(��) + ������(��) + ������(��) ��������(��) = ������(��) − ����(��) − ������(��) − ����(��) Giả thiết rằng ���� là hằng số và ���� = ����������(��) 1 �� > 0

(1.6) (1.7)

���� = ���������� ��à ������(��) = {

Với

��1 =1

0 �� = 0 1 �� < 0

������ + ����; ��2 = ��; ��1 =1

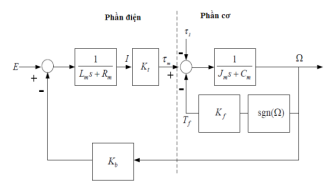
������ + ����; ��4 = ����;

��5 = ������(��); ��6 = ����

Khối mô tả động cơ DC theo hàm truyền như sau:

(1.8)

4

***Hình 1.2*** *Khối mô tả động cơ DC theo hàm truyền*

Vì tốc độ điện nhanh hơn so với tốc độ cơ khí:

*di e K L e R i K i*

ω

*di e Ldt*

ω− ⇒ = + ⇒ =(1.9)

>>nên có thể bỏ qua *b m m b*

*dt R*

*m*

*m*

*K K K K i e K e K*

τ ω ω = = − = −(1.10)

( ) *t t t*

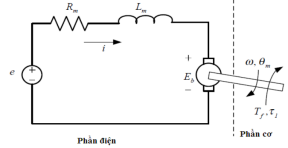
*i t b b*

*R R R*

*m m m*

**1.2 Phương pháp nhận dạng động cơ**

Phương pháp nhận dạng được nhóm tác giả tiến hành nghiên cứu, thực hành dựa theo tài liệu [3].



***Hình 1.3*** *Cấu trúc động cơ DC*

Ta thiết lập phương trình:

≈Δ(1.11)

*n n di t i t i t*

( ) ( ) ( )

+−

1

*dt t*

Phương trình cân bằng điện áp như sau:

5

*di t e t i t R L K w t*

( ) ( ) ( ). ( )

= + +

*n n m m b n*

*ti t i t e t i t R L K w t* ( ) ( ) ( ) ( ). . ( ) Δ− ⇔ = + + *n n*

(1.12)

+

1

*n n m m b n*

Δ

*t*

⇔ Δ = Δ + − + Δ *t e t i t R t i t i t L K w t t*

. ( ) ( ). . [ ( ) ( )]. ( ). *n n m n n m b n*

+

1

⇔ Δ = Δ + − + Δ *t e t i t R t i t L i t L K w t t*

. ( ) ( ). . ( ). ( ). ( ). *n n m n m n m b n*

+

1

− Δ ⇔ =.

*L R t i t i t* ( ) . (

.

*m m*

*K t t*

) . ( ) . ( ) *b* − +

*w t e t*

Δ Δ

*n*

+

1

*L*

*m*

*L L*

*n n n m m*

Phương trình cân bằng momen như sau:

*dw t i t K w t C K w* ( ) ( ). .J ( ). sgn( ) = + +

*n*

*n b m n m f*

*dtw t w t i t K w t C K w* ( ) ( ) ( ). .J ( ). sgn( ) − ⇔ = + + *n n*

(1.13)

+

1

*n b m n m f*

Δ

*t*

⇔ Δ = − + Δ + Δ *t i t K w t w t t w t C t K w* . ( ). [ ( ) ( )].J . ( ). . sgn( ) *n b n n m n m f*

+

1

⇔ Δ = − + Δ + Δ *t i t K w t w t t w t C t K w* . ( ). J . ( ) ( ).J . ( ). . sgn( ) *n b m n n m n m f*

+

1

⇔ 1J . . sgn( ). *C t K t K w t*

*w t*

(

Ta đặt:

*w t i t* +− Δ Δ Δ ) . ( ) . ( )

= + −

*m m b f*

J J J

*n*

*n n*

*m m m*

*L R t K t t*

− Δ Δ Δ

. .

*a a a*

= = − =

; ;

*m m b*

1 2 3

*L L L*

*m m m*

*K t C t K t*

. J . .

Δ − Δ Δ

*b m m f*

*b b*

= = = −

;b ;

1 2 3

J J J

*m m m*

Phương trình (1.13) và (1.14) trở thành (1.15), có dạng như sau: *i t a i t a w t a e*

( ) . ( ) . ( ) . (t )

= + +

*n n n n*

(1.14) (1.15)

+

1 1. 2 3

*w t b i t w t b w t* ( ) . ( ) b . ( ) .sgn( ( ))

= + +

*n n n n*

+

1 1 2 3

Trong đó:

*t*+

*i t* +là dòng điện qua động cơ DC tại thời điểm *n* 1 ( )

*n*

1

*t*

*i t*là dòng điện qua động cơ DC tại thời điểm *n* ( )*n*

*t*+

( ) *w tn*+là tốc độ góc của trục rotor động cơ tại thời điểm *n* 1 1

*t*

( ) *w tn*là tốc độ góc cùa trục rotor động cơ tại thời điểm *n t*

*e*là điện áp cấp cho động cơ tại thời điểm *n* (t )*n*

6

*t*

sgn( ( )) *w tn*là dấu của tốc độ góc của động cơ DC tại thời điểm *n i a i a w a e*

(2) . (1) . (1) . (1)

= + +

1 2 3

*w b i w b*

(2) . (1) b . (1) .sgn(w(1))

= + +

1 2 3

i(3) . (2) . (2) . (2)

= + +

*a i a w a e*

1 2 3

*w b i w b*

(3) . (2) b . (2) .sgn(w(2))

= + +

1 2 3

i(4) . (3) . (3) . (3)

= + +

*a i a w a e*

1 2 3

w(4) . (3) b . (3) .sgn(w(3))

= + +

*b i w b*

(1.16)

...

1 2 3

Từ (1.16), ta thành lập ma trận sau: *i i w e*

(2) (1) (1) (1)

⎡ ⎤ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎡ ⎤ *i i w e a*

(1.17)

(3) (2) (2) (2)

1

⎢ ⎥

*i i w e a* (4) (3) (3) (3) . =⎢ ⎥ 2

... ... ... ... *i t i t w t e*

( ) ( ) ( ) (t ) ⎣ ⎦ ⎣ ⎦ *n n n n*

⎢ ⎥ ⎣ ⎦ *a*

3

+

1

⎡ ⎤

*wi w w* (2)(1) (1) sgn( (1))

⎢ ⎥ ⎢ ⎥

⎡ ⎤ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ *b*

*wi w*

(3)(2) (2) sgn(w(2 ⎢ ⎥ =

)). b

1

*w*

(4)

⎢ ⎥

*i wb*

⎢ ⎥

(3) (3) sgn(w(3)) 2

⎢ ⎥ ...

⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎣ ⎦ *i t w t*

⎢ ⎥ ⎣ ⎦

( ) ( ) sgn(w(4)) 3

*w*

(5)

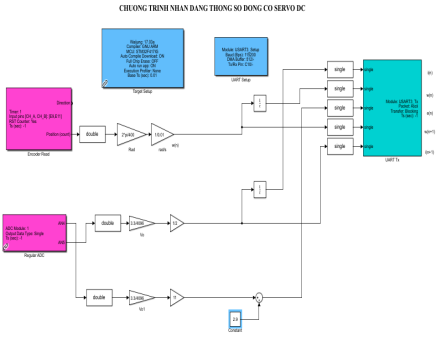
*n n*

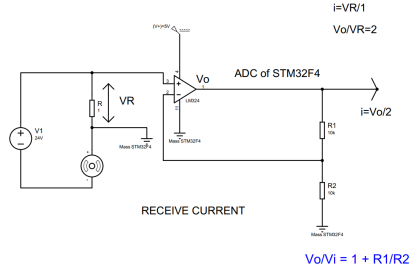
Từ công thức ma trận (1.17), ta thiết lập chương trình nhận dạng trên Matlab/Simulink® và STM32F407 Discovery để thu thập số liệu đo được từ động cơ. Sau đó tính toán 1 2 3 1 2 3 *a a a b b* , , , ,b ,. Sau đó, thay vào công thức (1.17) để xác định các thông số, , , , , *L R K K C J m m b f m m*của động cơ DC.

**1.3 Thiết lập chương trình nhận dạng**

Chương trình nhận dạng thông số động cơ được lập trình bằng phần mềm Matlab/Simulink® kết hợp với thư viện lập trình Waijung STM32F4 trên Matlab®. Giới thiệu về thư viện lập trình này được trình bày trong phần II. Phụ lục của cuốn sách này.

7

***Hình 1.4*** *Chương trình thu thập dữ liệu để nhận dạng động cơ DC*

*****Hình 1.5*** *Kết nối phần cứng thu thập dòng điện*

8

**1.4 Nghiên cứu tình huống: Nhận dạng động cơ DC**

**1.4.1 Giới thiệu về động cơ**

Động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W

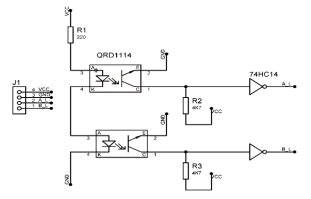


***Hình 1.6*** *Động cơ servo motor DC 24VDC*

Trên hệ thống động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W, encoder của động cơ có số xung là 100 xung/vòng. Bảng 1.2 trình bày thông số kỹ thuật của cảm biến encoder được đồng trục với động cơ servo.

***Bảng 1.2*** *Thông số kĩ thuật enocoder động cơ Servo*

| **Model** | **Vcc** | **GND** | **Kênh A** | **Kênh B** | **Resolution** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Encoder | 5V - RED | 0V - BLUE | BROWN | YELLOW | 100 xung/vòng |

Sơ đồ kết nối của Encoder trong động cơ được trình bày như Hình 1.7 

***Hình 1.7*** *Sơ đồ kết nối của encoder*

**1.4.2 Thực nghiệm và thu thập kết quả**

Từ kết quả thu thập số liệu trực tiếp khi động cơ hoạt động: ta xác định được điện áp (V), dòng điện (A), tốc độ góc trục quay động cơ (rad/s), dấu sgn(w), sắp xếp thành

9

ma trận A, B, D, E. Tính toán ma trận C và F bằng lệnh C=B/A, F=E/D trên phần mềm Matlab/Simulink® để xác định các phần tử1 2 3 1 2 3 *a a a b b* , , , ,b ,

*A B D*

*E*

*i i w e w i w*

(2) (1) (1) (1) (2) (1) (1) sgn(w(1))

⎡ ⎤ ⎡ ⎤ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ = = ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

*C*

⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

*F*

*i i w e a w i w* (3) (2) (2) (2) (3) (2) (2 1

*i i w e a w*

) sgn(w(2))

*b* 1

(4) (3) (3) (3) . ; (4) 2

... ... ... .

*b*

2

... ... ... ... ... *a*

3

⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎣ ⎦ ⎣ ⎦ *i t i w t e t w t* + +

( ) (t ) ( ) ( ) ( ) *n n n n n*

1 1 Kết quả thu được:

*i w b* (3) (3) sgn(w(3)) 3

⎢ ⎥ ⎣ ⎦ *i t w t*

( ) ( ) sgn(w(t )) *n n n*

*a a a*

= = − =

0.3317; 0.003; 0.0569

1 2 3

*b b b e*

= = − = − −

0.027; 1; 3 7.1754 04

1 2

Cuối cùng, ta xác định các thông số động cơ như sau:

*t a a La a a*

(1 ) ;K ;R

Δ −

= = − =

2 1

*m b m*

3 3 3

= = = − = Với thời gian lấy mẫu Δ =*t* 0.01s *b a a t a T K C*

(b 1) | | ;J ;

Δ −

3 2 2 2 2

*f f m m*

*b a a b a b*

1 3 3 1 3 1

Thông số động cơ sau khi nhận dạng:

0.1756; 0.0531; 11.7356; 0.0014; 0.0014; 0.0195; 3.7757 05 *L K R T K J C e m b m f f m m* = = = = = = = − Vậy kết quả thu được sau khi nhận dạng thông số động cơ như sau:

***Bảng 1.3*** *Thông số động cơ*

| **Thông số** *Rm*  *Lm*  *Kb*  *Kt*  *J*  *m*  *Cm*  *Tf*  *K f*  *Un* | **Ý nghĩa**  Điện trở động cơ (Ω)  Cuộn cảm động cơ (H)  Hằng số phản điện (V/rad/sec)  Hằng số momen (Nm/A)  Momen quán tính của rotor động cơ DC (kgm2) Hệ số ma sát nhớt (Nm/rad/sec)  Momen ma sát (Nm)  Momen xoắn cản (Nm)  Điện áp định mức động cơ (V) | **Trị số**  11.7356  0.1756  0.0531  0.0531  0.0195  3.7757e-05 0.0014  0.0014  24 |
| --- | --- | --- |

10

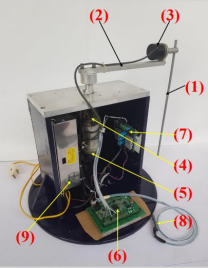
**CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC QUAY HAI BẬC 2.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược quay**

Mô hình con lắc ngược là mô hình kinh điển và là mô hình phức tạp có độ phi tuyến cao trong lĩnh vực điều khiển. Để xây dựng và điều khiển hệ con lắc ngược tự cân bằng, đòi hỏi người điều khiển phải có nhiều kiến thức về cơ khí lẫn điều khiển hệ thống. Với mô hình này sẽ giúp người điều khiển kiểm chứng được nhiều cơ sở lý thuyết và các thuật toán khác nhau trong điều khiển tự động.

Hệ con lắc ngược quay còn được gọi là Rotary Inverted Pendulum hay Furuta Pendulum do Katsuhisa Furuta công bố lần đầu tiên vào năm 1992 tại Viện Kỹ thuật Tokyo. Hệ con lắc ngược quay là một hệ under-actuated có ngõ vào điều khiển ít hơn số bậc tự do và rất khó để điều khiển.

Hệ con lắc ngược quay được nghiên cứu trong đề tài bao gồm 2 thanh đồng chất, đầu thanh 1 được gắn chặt vào một động cơ DC. Đầu cuối thanh 1 được gắn vào đầu đầu thanh 2 (thông qua 1 trục encoder nhằm tính toán góc lệch giữa thanh 2 và thanh 1) sao cho thanh 2 quay tự do xung quanh khớp nối với thanh 1.

Mô hình con lắc ngược quay được ứng dụng trong rất nhiều phòng thí nghiệm nhằm nghiên cứu các giải thuật điều khiển thông minh, điều khiển hiện đại, điều khiển tối ưu.



***Hình 2.1*** *Mô hình thực tế hệ con lắc ngược quay hai bậc tại phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM* [4]

11

*Trong đó:*

1. Thanh con lắc

2. Thanh canh tay

3. Encoder thanh con lắc (500 p/r)

4. Động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W

5. Encoder thanh cánh tay (100 p/r)

6. Kit STM32F407 Discovery

7. Module cầu H

8. Mạch giao tiếp truyền dữ liệu UART CP2102

9. Nguồn xung 24 VDC – 10 A



***Hình 2.2*** *Mô hình thực tế hệ con lắc ngược quay tại phòng thí nghiệm nghiên cứu robot tiên tiến trường Đại học Tabriz, Iran*

**2.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay**

**2.2.1 Cơ sở khoa học**

Tất cả hệ thống điều khiển tự động đều được mô tả bằng một phương trình toán học dạng vi phân. Hệ con lắc ngược quay cũng vậy, để điều khiển được hệ con lắc ngược quay, việc đầu tiên là phải nắm rõ được đối tượng, từ đó mới đưa ra phương pháp điều khiển.

Đối với hệ con lắc ngược quay, để mô tả được hệ dưới dạng một phương trình toán học thì đó là sự kết hợp giữa vật lý và toán học với định luật cổ điển Lagrange

12

[3] (dựa trên tổng năng lượng của hệ và lực tổng quát trong một hệ trục tọa độ Descarts [5]).

Phương trình Lagrange loại 1:

− + = ⎢ ⎥ ∂ ∂ ∂ ⎣ ⎦ ∑(2.1)

*C*

∂ ∂⎡ ⎤ ∂

*L d L f*

*i*

λ

0

*i*

*r dt r r*

*k k k i*

= ∂

1

Trong đó:

*kr*là vị trí của chất điểm thứ k

C là số lượng liên kết trong hệ

λ*i*là nhân tử Lagrange thứ i

*f*là phương trình liên kết thứ i

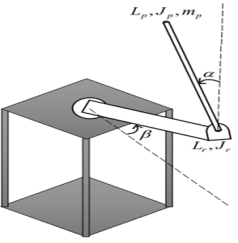
*i*

L là hàm Lagrange của một hệ các hạt (chất điểm):

*L K V* = −(2.2) Với:

*K* là tổng động năng của các chất điểm trong hệ

*V* là tổng thế năng của các chất điểm trong hệ

**2.2.2 Thành lập phương trình động học cho hệ con lắc ngược quay **

***Hình 2.3*** *Cấu trúc hệ con lắc ngược quay trên tọa độ Oxyz*

Từ (2.1), áp dụng cho hệ con lắc ngược quay, ta có:

13

∂ ∂⎡ ⎤

*L d L*

( , , , ) ( , , , ) 0

α α β β α α β β

− + = ⎢ ⎥ ∂ ∂ ⎣ ⎦(2.3)

τ

( , ) ( , ) *k k*

α β α β

*dt*

Trong đó:

αα,: vector góc và vận tốc góc của thanh con lắc

β β,: vector góc và vận tốc góc của thanh cánh tay

τ

τ⎡ ⎤

*m*

= ⎢ ⎥ ⎣ ⎦: là lực tổng quát liên kết với hệ tọa độ tổng quát

0

*L* là hàm Lagrange của thanh 1 và 2 trong hệ tọa độ Descarts từ công thức (2.2). Với *K* là động năng của hệ con lắc ngược quay được xác định:

*T K D* = α β α β α β(2.4)

1\*( , ) \* ( , )\*( , )

2

Trong đó:

*D*( , ) α β: là ma trận đối xứng định nghĩa dương với mỗi2 α β, ∈ *R*, hay ma trận quán tính.

*V* là thế năng của hệ con lắc ngược quay là hàm của vị trí góc *V V*= ( , ) α β, và

độc lập với

α β, .

Tổng động năng của hệ:

1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 cos cos *K J J m L L L L m r p p r p r p p* β α β β β α βα α ⎧ ⎫ = + + + − − ⎨ ⎬ ⎩ ⎭ ( )

2 2 2 4 2 Tổng thế năng của hệ:

(2.5)

*p p* α(2.6)

(1 cos ) *V m gL* = −

Phương trình Lagrange – Euler được trình bày ở công thức (2.2). Theo phương pháp Euler – Lagrange, phương trình toán học của RIP được diễn tả: ∂ ∂ ∂ ⎛ ⎞− = − ⎜ ⎟ ∂ ∂ ∂ ⎝ ⎠(2.7)

*L L B*

τ β

*t*

β β

*r*

∂ ∂ ∂ ⎛ ⎞ ⎜ ⎟ − = −

*L L B*

*p*

α α

∂ ∂ ∂ ⎝ ⎠

*t*

α

(*2*.8)

Tính toán theo phương trình (2.7), (2.8) và kết quả ta tìm được phương trình động lực học của hệ con lắc ngược quay:

14

⎛ ⎞

2 2

+ + ⎜ ⎟

*m L m Lm L L m L* 14 1 1 cos . sin cos .

(2.9)

*p r p p*

2

⎜ ⎟ − + + β α α α α βα

*p p r p p*

1 2 2

⎜ ⎟ ⎜ ⎟ − + ⎝ ⎠

2 2

*m L J*

cos

α

4

*p p r* 2

+ = − 1sin .

*m L L B* α α τ β

2

*p p r r*

1 1 1 2 2 2 cos . cos sin .

⎛ ⎞

− + + − + ⎜ ⎟ ⎝ ⎠

*m L L J m L m L*

α β α α α β

*p p r p p p p p*

2 4 4

− = −

*m L g B*

(2.10)

1sin

α α

*p p p*

2

***Bảng 0.1*** *Các kí hiệu hệ con lắc ngược quay*

| **Ký hiệu** α  β  α  β  α  β  *mp*  *Lp*  *l*  *p*  *J*  *p*  *mr*  *Lr*  *rl*  *J*  *r*  g  *Br*  *Bp* | **Mô tả**  Góc của thanh con lắc so với phương thẳng đứng Góc của thanh cánh tay so với vị trí mốc  Vận tốc góc của thanh con con lắc  Vận tốc góc của thanh cánh tay  Gia tốc góc của thanh con lắc  Gia tốc của thanh cánh tay  Khối lượng của thanh con lắc  Chiều dài thanh con lắc  Khoảng cách từ trục encoder đến tâm thanh con lắc Momen quán tính của thanh con lắc  Khối lượng của thanh cánh tay  Chiều dài thanh cánh tay  Khoảng cách từ trục động cơ đến trọng tâm thanh cánh tay Momen quán tính thanh cánh tay  Gia tốc trọng trường  Hệ số ma sát cánh tay  Hệ số ma sát con lắc | **Đơn vị** *rad*  *rad*  *rad s*/  *rad s*/  2  *rad s*/  2  *rad s*/  *kg*  *m*  *m*  2  *kgm*  *kg*  *m*  *m*  2  *kgm*  2  *m s*/  n/a  n/a |
| --- | --- | --- |

Có thể trình bày lại (2.9), (2.10) dưới dạng ma trận như sau:

α β α β α α β β α β α β ⎡ ⎤ ⎡ ⎤

+ + = + ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎣ ⎦(2.11) ( , )\*( , ) ( , , , )\*( , ) ( , )0*m w*

τ

1

*D C Gw* 2

*w*

⎡ ⎤

Với 1

⎢ ⎥ ⎣ ⎦là vector lực ma sát.

*w*

2

15

Trong đó:

*D*( , ) α βlà ma trận quán tính

*C*( , , , ) α α β βlà vector hướng tâm

*G*( , ) α βlà vector trọng lực

Với ( , ) [ ]*T*

α β α β =

αlà góc lệch thanh con lắc so với phương thẳng đứng βlà góc lệch thanh cánh tay so với vị trí mốc

αlà vận tốc góc thanh con lắc

βlà vận tốc góc thanh cánh tay

αlà gia tốc góc thanh con lắc

βlà gia tốc gốc thanh cánh tay

τlà momen xoắn bên ngoài tác động vào thanh cánh tay Kết quả thu được:

1 1 1 cos( ) cos( )

⎡ ⎤ − + − + ⎢ ⎥

*m L L m L m L m L J*

α α

2 2 2 2

2 4 4 ( , )1 1 cos( ) *p p r p r p p p p r*

(2.12)

*D*

α β

= ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎛ ⎞ ⎜ ⎟ + − ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠

*J m L m L L*

2

α

4 2

*p p p p p r*

⎡ ⎤ ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ ⎢ ⎥ ⎜ ⎟ ⎜ ⎟ ⎝ ⎠ ⎝ ⎠

1 1 sin( ) sin( )cos( ) *m L L m L*

α α α α α

2

2 2 ( , , , )1 *p p r p p*

(2.13)

α α β β

= ⎢ ⎥ ⎢ ⎥

*Cm L*

0 cos( )sin( )

α α β

2 2

− ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

4

⎡ ⎤

*p p*

⎢ ⎥ =⎢ ⎥ −⎣ ⎦(2.14)

0

( , ) 1sin( )

α β

*Gm L g* 2*p p*

α

⎢ ⎥ = ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎢ ⎥ −⎣ ⎦(2.15) ⎡ ⎤ ⎡ ⎤ −

*w B* 1

*r*

*w B*

β α

2

*p*

Trong Chương 1, nhóm tác giả đã thực hiện phân tích các chuyển đổi về dạng ngõ vào là điện áp. Bây giờ, chúng ta sẽ áp dụng cho hệ con lắc ngược quay. Ta có:

β θ β θ ω = ⇒ = = *m*Thay vào (1.10), ta có:

16

τ β = −(2.16)

*K K e K*

*t t*

*i b*

*R R*

*m m*

Thay vào (1.2) (bỏ qua *Tf*):

*K K J K e*

τ β β = − − + +(2.17)

(C ) *t t*

*m m m b*

*R R*

*m m*

Ta đặt:

*K K k k K k J*

= = + =(2.18) 1 2 3 ; C ; *t t*

*m b m*

*R R*

*m m*

*m* 3 2 1 ⇒ = − − + τ β β *k k k e*(2.19) Từ đây, ta kết hợp các phương trình (2.12) - (2.15), (2.17) và (2.19) được phương

α

trình động học của hệ con lắc ngược quay với ngõ vào là điện áp *e*, ngõ ra là góc

và

β

*D C G v* ( , )\*( , ) ( , , , )\*( , ) ( , ) α β α β α α β β α β α β + + =(2.20)

Trong đó:

1 1 1 cos( ) cos( )

⎡ ⎤ − + − + + ⎢ ⎥

*m L L m L m L m L J k* α α

2 2 2 2

(2.21)

2 4 4 ( , )1 1 cos( )

*p p r p r p p p p r*

3

*D*

α β

= ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎛ ⎞ ⎜ ⎟ + − ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠

*J m L m L L*

2

α

4 2

*p p p p p r*

⎡ ⎤ ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ ⎜ ⎟ ⎜ ⎟ + + ⎢ ⎥ ⎝ ⎠ ⎝ ⎠

1 1 sin( ) sin( )cos( )

*m L L m L B k*

α α α α α

2

2 2 ( , , , )1cos( )sin( )

(2.22)

*p p r p p r* 2

*C*

α α β β

= ⎢ ⎥ ⎢ ⎥

*B m L*

α α β

2 2

− ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

*p p p*

4

⎡ ⎤

⎢ ⎥ =⎢ ⎥ −⎣ ⎦(2.23)

0

( , ) 1sin( )

α β

*Gm L g* 2*p p*

α

= ⎢ ⎥ ⎣ ⎦(2.24)

*k e*

*v*⎡ ⎤

1

0

**2.2.3 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay dưới dạng phương trình vi phân** Từ công thức (2.20), ta xác định được:

17

⎡ ⎤= − − ⎢ ⎥ ⎣ ⎦(2.25)

α α α β β α β α β

*v C G*

( , , , )\*( , ) ( , )

β α β α β α β

( , ) ( , ) ( , )

*DDD*

Tính toán các thành phần trong công thức (2.21) – (2.23):

1 1 1 cos( ) ( cos( ) )

⎡ ⎤

− − + − + + ⎢ ⎥⎡ ⎤

*m L L m L m L m L J k*

α α

2 2 2 2

*v k e* 1 2 4 4 ( , )

*p p r p r p p p p r* 3

= = ⎢ ⎥⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎛ ⎞ ⎣ ⎦ − + − ⎜ ⎟ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠ *D v*

α β

1 1 −

( , ) det[ ( , )] 1 1 0 *D D J m L m L L*

α β α β

2

4 2

*p p p p p r*

cos( ) α

⎡ ⎤ ⎛ ⎞ ⎜ ⎟ − ⎢ ⎥ ⎝ ⎠

1cos( )

*m L L k e*

1 2

*p p r*

α

1

= ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎛ ⎞ ⎢ ⎥ − + ⎜ ⎟ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠

det[ ( , )] 1

α β

2

*DJ m L k e*

Với

*p p p* 4

1

*L m L m L m L*

cos ( )

4 2 2 4 2 2 2 2

α

det[ ( , )]16 16 4 *D J J J J*

(2.26)

α β

= − − − − +

*p p p p p p r m p p r*

*J L m J L m J L m L L m*

cos ( )

2 2 2 2 2 2 2 α

− − − − + + *J L m*

*m p p p p p r p p p r p* 2

4 4 4 4

*J L m*

cos ( )

*p r p*

+

2 2

*p p p*

4

α

( , , , )\*( , ) ( , ) \* ( , , , )\*( , ) α α β β α β α β α α β β α β *CD C*

( , ) α β

−

=

1

(2.27)

1 1 1 cos( ) ( cos( ) ) ⎡ ⎤ *Dm L L m L m L m L J k* − − + − + + ⎢ ⎥ α α

2 2 2 2

1 2 4 4

*p p r p r p p p p r*

3

det[ ( , )] 1 1 cos( ) α β

=⎛ ⎞

*DJ m L m L L*

− + − ⎜ ⎟ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠ 2

4 2

α

*p p p p p r*

⎡ ⎤ ⎛ ⎞+ + ⎢ ⎥ ⎜ ⎟ ⎡ ⎤ ⎝ ⎠ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

1 1 sin( ) sin(

⎛ ⎞ ⎜ ⎟ ⎝ ⎠ 2 *m L L m L*

α α α

)cos( )

2

2 2 \* *p p r p p*

α α

α

*B k r*

\*

*B m L*

1cos( )sin( )

α α β

β

2 2

⎣ ⎦

−

*p p p*

4

18

( , ) 1

α β

*G*

( , ) det[D( , )]

α β α β

=

1 1 1 cos( ) ( cos( ) )

⎡ ⎤ *Dm L L m L m L m L J k* − − + − + + ⎢ ⎥ α α

2 2 2 2

2 4 4 \*1 1 cos( )

*p p r p r p p p p r*

3

⎛ ⎞

− + − ⎜ ⎟ ⎣ ⎦ ⎝ ⎠

*J m L m L L*

2

4 2

α

*p p p p p r*

⎡ ⎤

0

⎢ ⎥

⎢ ⎥ −⎣ ⎦

\* 1sin( )

2

=

*mLg*

*p p*

1

α

det[D( , )]

α β

⎡ ⎤ ⎛ ⎞ ⎢ ⎥ − + − + + −⎜ ⎟ ⎝ ⎠

1 1 1 ( cos( ) )\* sin( ) *m L m L m L J k m L g* α α

2 2 2 2

4 4 2 \*1 1 cos( )\* sin( )

*p r p p p p r p p*

3

− − ⎣ ⎦ *m L L m L g*

α α

2 2

*p p r p p*

Từ công thức (2.25), ta suy ra:

⎡ ⎤= − − ⎢ ⎥ ⎣ ⎦

α α α β β α β α β

*v C G*

( , , , )\*( , ) ( , )

β α β α β α β

( , ) ( , ) ( , )

*DDD*

*v C G*

( , , , )\*( , ) ( , )

α α β β α β α β

; ;

( , ) ( , ) ( , )

α β α β α β

*DDD*

Với các thành phần

*v C G*

( , , , )\*( , ) ( , )

α α β β α β α β

; ;

α β α β α βđã xác định như trên:( , ) ( , ) ( , )

*DDD*

(2.28)

~~19~~

α α α α α = − + − + + (16 16 2 sin( ) 4

*B J R B J R L R gm B L R m*

3 2 2

*p m m p r m p m p p p m p* + − − +

16 8 sin( ) 8 sin( ) *B L R m J L R gm J L R gm*

(2.29)

α α α 2

*p p m p m p m p r p m p* + + +

L cos ( )sin( ) 2L cos ( )sin( ) *R m R gm*

β α α α α

4 2 2 3 3 2 2

*p m p p m p*

− −

4B cos ( ) R m cos ( )sin( *L R m L*

α α β α

2 2 4 2 2 3

α

)

+

*p p m p p m p*

− − + + 8L L R gm sin( ) 8K L L em cos( ) 8B L L R m cos( )

2 2

α α β α

*p r m p t p r p r p r m p* + + +

8C L L R m cos( ) 8K K L L m cos( )

β α β α

*m p r m p b t p r p*

+ − + 4 L R m cos( )sin( ) 4L L R m cos( )sin( ) α α α β α α

2 2 2 2 2 2 2 2 *L*

*p r m p p r m p* − −

4J L R m cos( )sin( ) 4J L R m co β α α β

2 2 2 2 *m p m p r p m p*

s( )sin( ) α α

+

+ + + + 4 L R m cos ( )sin( )) / (R (L m 16J J 16J J αβ α α

3 2 2 4 2 *L*

*p r m p m p p m p p r* − + + + + +

L m cos ( ) 4L L m 4J L m 4J L m 16J L m 4 2 2 2 2 2 2 2 2 α

*p p p r p m p p p p p p p p* + − −

4J L m 4L L m cos ( ) 4J L cos ( ))

α α

2 2 2 2 2 2 2

*m*

*r p p p r p r p p*

β β β β = − − − + + + (2(8 B J R 2 L em 8J K e 8C J R 8 K K

*R K J*

2

*m r p m t p p p t m p m p b t*

+ + + + + 2B L R m 2C L R m 2K K L m L R m sin( ) β β β α α

2 2 2 3 2 2

*L*

*r p m p m p m p b t p p p r m p*

+ − − + 4B L L R m cos( ) L R m cos ( )sin( ) 2L L R gm cos( )sin( ) α α β α α α α

(2.30)

3 2 2 2 2 *L*

*p p r m p p r m p p r m p*

4J L L R m *p p r m p*

α α αβ α α αβ α α sin( ) L R m cos( )sin( ) 4J L R m cos( )sin( ))) / + +

2 4 2 2

*p m p p p m p*

(R (L m 16J J 16J J L m cos ( ) 4L L m 4J L m 4J L m + + − + + + +

4 2 4 2 2 2 2 2 2 2

α

*m p p m p p r p p p r p m p p p p p*

+ + − −

16J L m 4J L m 4L L m cos ( ) 4J L cos ( ))

α α

2 2 2 2 2 2 2 2

*p p p r p p p r p r p p m*

Như vậy công thức (2.29) và (2.30) chính là phương trình vi phân của hệ con lắc ngược quay. Phương trình này được mô tả trên phần mềm Matlab/Simulink® nhằm mô phỏng hệ con lắc ngược quay.

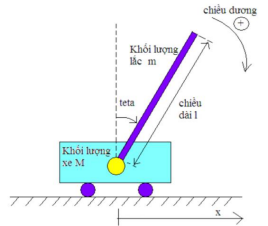
20

**CHƯƠNG 3: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC XE HAI BẬC – HỆ ĐƠN THANH CON LẮC**

**3.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược trên xe – hệ đơn thanh con lắc**

Hệ thống con lắc ngược xe tên tiếng Anh là Cart and Pole System bao gồm một con lắc ngược được gắn trên một xe đẩy có động cơ như thể hiện trong Hình 3.1. Hệ con lắc ngược xe là một hệ under-actuated vì cả vị trí �� và góc con lắc �� đều được điều khiển bởi bộ điều khiển �� trên xe. Hệ thống này đã được nghiên cứu rộng rãi với nhiều chiến lược điều khiển khác nhau. Nhiều sách lý thuyết điều khiển bậc đại học, ví dụ, Ogata (1997), sử dụng hệ thống này như một bài toán chuẩn. Trước tiên, họ tuyến tính hóa động lực học của hệ thống xung quanh vị trí thẳng đứng của con lắc, sau đó xác minh khả năng điều khiển của hệ thống dựa trên mô hình tuyến tính hóa. Một bộ điều khiển phản hồi trạng thái được thiết kế để ổn định hệ thống với giả định rằng góc của con lắc là nhỏ để đảm bảo tính hợp lệ của tuyến tính hóa. Để có phạm vi hoạt động rộng hơn, chúng ta cần có một sơ đồ điều khiển phi tuyến. Nếu hệ thống có những điểm không chắc chắn, một số bộ điều khiển phức tạp phải được thiết kế để

mang lại hiệu suất mong muốn… [3]



***Hình 3.1*** *Hệ trục tọa độ của con lắc*

Hệ con lắc ngược xe được giới thiệu trong cuốn sách này có cấu tạo cơ khí như sau: Phần cơ khí của hệ gồm một que kim loại đồng chất (con lắc) quay quanh một trục thẳng đứng. Que kim loại được gắn gián tiếp vào một xe thông qua một encoder để đo góc. Trên chiếc xe có một encoder để đo góc, xác định được vị trí chiếc xe. Do trong quá trình vận hành, chiếc xe sẽ di chuyển với tốc độ cao để lấy mẫu nên phần

21

cơ khí cần phải được tính toán thiết kế chính xác, chắc chắn nhằm tránh rung lắc gây nhiễu và hư hỏng trong quá trình hoạt động.

• Một thanh ngang dài 0.8 m có dạng ray khớp với ray trên bánh xe để tránh xe bị trượt khi di chuyển.

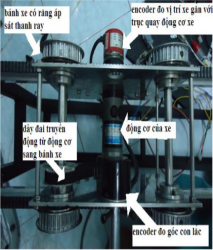
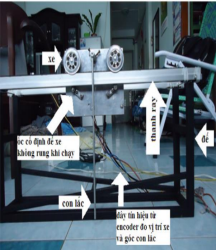
• Thanh ray được buộc chặt với đế bằng dây rút để đảm bảo cố định tốt nhưng vẫn có thể tháo lắp mô hình.

• Con lắc là một thanh nhôm đồng chất dài 36 cm gắn vuông góc với trục encoder đo góc.

• Ốc cố định được gắn phía dưới xe để tránh xe bị rung khi đảo chiều điều khiển liên tục. Nếu để xe rung nhiều thì bánh xe sẽ trượt trên ray, đo không chính xác.

• Đế bằng sắt nặng tránh tình trạng rung mô hình khi làm thí nghiệm. • Encoder dùng cho con lắc là encoder 1000 xung/vòng.

• Động cơ dùng để điều khiển xe là động cơ DC Servo 30 W của Tamagawa có gắn kèm với một encoder có thông số 600 xung/vòng.



***Hình 3.2*** *Mô hình thực tế hệ thống nhìn từ mặt trước*

***Hình 3.3*** *Mô hình thực tế của hệ thống nhìn từ trên xuống*

22

**3.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược trên xe**

**3.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược trên xe** Theo phương trình Euler-Lagrange, ta có: [3]

��(���� ����̇)

���� = �� và �� = �� − ��(3.1)

����−����

Trong đó:

��: hàm Lagrange

��: động năng

��: thế năng

��: tổng ngoại lực

Đặt �� = [����]; �� = [��0]

Tổng động năng của hệ thống: �� = ���������� + ���������� (3.2) Với động năng con lắc: ���������� =12����12 +12��1��̇2 (3.3) Và động năng xe: ���������� =12����22 (3.4) Trong đó, bình phương vận tốc con lắc ngược:

��12 = ��̇1��2 + ��̇1��2(3.5) Và bình phương vận tốc xe: ��22 = ��̇2(3.6) Vận tốc con lắc ngược theo phương xy là:

{��1�� = ��1�������� + ��

��1�� = ��1��������

Suy ra, vận tốc con lắc theo phương xy là: {��̇1�� = ��1��̇�������� + ��

��̇1�� = ��1��̇��������

(3.7) (3.8)

(3.9) (3.10)

Từ công thức (3.2) đến (3.10), ta suy ra động năng và thế năng của hệ thống xe con lắc ngược có dạng như sau:

�� =12��(��̇1��2 + ��̇1��2) +12��1��̇2 +12����̇2(3.11)

23

=12��(��̇2 + 2��1��̇��̇�������� + ��12��̇2) +12��1��̇2 +12����̇2

�� = ����1���� = ����1���������� (3.12) Từ (3.1), hàm Euler-Lagrange có dạng như sau:

�� = �� − �� =12��(��̇2 + 2��1��̇��̇�������� + ��12��̇2) +12��1��̇2 +12����̇2(3.13) Hệ phương trình Euler-Lagrange của hệ xe con lắc ngược:

����

(3.14)

����̇= (�� + ��)��̇ + ����1��̇�������� ���� (����

��

����̇) = (�� + ��)��̈+ ����1��̈�������� − ����1��̇2�������� ����

���� = 0

����

����̇= ����1��̇�������� + (��1 + ����12)��̇

���� (����

��

{

����̇) = ����1��̈�������� − ����1��̇��̇�������� + (��1 + ����12)��̈ ����

���� = −����1��̇��̇�������� + ����1����������

Ta có, phương trình trạng thái hệ thống với ngõ vào là lực *F* tác động lên chiếc xe:

{(�� + ��)��̈+ ����1��̈�������� − ����1��̇2�������� = �� ����1��̈�������� + (��1 + ����12)��̈− ����1���������� = 0 Đặt theo dạng ma trận:

(3.15)

��(��)��̈+ ����(��, ��̇) + ��(��) = [��0](3.16) Với,

��(��) = [�� + �� ����1��������

(3.17)

����1�������� ��1 + ����12]

����(��, ��̇) = [0 −����1��̇2�������� 0 0]

��(��) = [0

−����1����������]

{

Từ Chương 1, ta thực hiện tính toán và đưa ra mô hình toán cho toàn hệ thống con lắc ngược xe như sau:

Ta có:

24

�� =������

����

Với ��: bán kính bánh xe; ����: hệ số tỉ lệ bánh răng truyền động ��̇ =����

����thay vào (1.10) → ���� =����

������ −��������

(3.18)

��������̇(3.19)

Thay (3.19) vào (1.4) (xem như bỏ qua ����):

��1 = −��������

����̈− ���� (����

��+��������

������) ��̇ +����

������(3.20)

Lực tác dụng lên xe:

�� =������1

��=������[����

������ − ���� (����

��+��������

������) ��̇ −��������

����̈](3.21)

Ta đặt như sau:

��1 =��������

������

��2 =����2��������

��2����+����2����

��2

��3 =����2����

��2

(3.22) (3.23) (3.24)

➔ �� = ��1�� − ��2��̇ − ��3��̈ (3.25) Kết hợp các phương trình (3.15), (3.21) và (3.25), ta được hệ phương trình động lực hệ xe con lắc:

����(��)��̈+ ����(��, ��̇)��̇ + ����(��) = [��1��0](3.26) Trong đó:

����(��) = [�� + �� + ��3 ����1��������

����1�������� ��1 + ����12]

������ = [��2 −����1��̇2��������

0 0]

���� = [0

−����1����������]

25

**3.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược trên xe**

Đặt biến trạng thái hệ thống như sau:

�� = [��1 ��2 ��3 ��4]�� = [�� ��̇ �� ��̇]��(3.27) Như vậy, theo phương trình (3.26), hệ phương trình trạng thái hệ con lắc ngược trên xe có dạng như sau:

��̇ = ��(��) + ��(��)�� (3.28) Với,

��2

(3.29)

��(��) =

−��3��������3��������3 − ��2��2 + ��4��42��������3

��1 − ��2������2��3

[��5

��4

��1 − ��2������2��3������2��3 + ��6] ��������3 + [��7��2

��1 − ��2������2��3]]

[

��2

01

= [

��2 ��3 ��4

]

0

(3.30)

��(��) = [

��1 − ��2������2��3 0

−��8��������3

��1 − ��2������2��3]

= [

��2 0

��4

]

Các thông số được xác định như sau:

��1 = �� + �� + ��3; ��2 =��2��12

ℎ1; ��3 =��2����12

ℎ1; ��4 = ����1; ��5

=��3����13

ℎ12

��6 =����1��

ℎ1; ��7 =����1��2

ℎ1; ��8 =����1

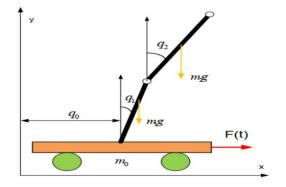
ℎ1

26

**CHƯƠNG 4: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC TRÊN XE – HỆ HAI THANH CON LẮC**

**4.1 Giới thiệu mô hình con lắc ngược hai bậc trên xe**

Hệ con lắc ngược hai bậc trên xe có tên tiếng Anh là Double-linked Inverted Pendulum on Cart system (DIP) – là một hệ một vào – nhiều ra SIMO (Single Input Multi Output) bao gồm hai thanh con lắc ngược được gắn trên xe có động cơ được thể hiện như Hình 4.1. Hệ DIP là hệ có độ bất ổn định cao, thường được dùng nhiều trong việc kiểm tra và vận dụng các giải thuật điều khiển.



***Hình 4.1*** *Hệ con lắc ngược hai bậc trên xe*

Hình 4.2 trình bày mô phỏng cấu tạo của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe theo hướng nhìn trực diện. Trong trường hợp này, hệ thống có một đầu vào - lực đang được tác dụng vào xe đẩy, và hai đầu ra – vị trí của xe đẩy và góc của các con lắc, làm cho nó trở thành một hệ thống một đầu vào, nhiều đầu ra hay còn gọi là hệ under

actuated.



***Hình 4.2*** *Cấu tạo của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe*

27

Mô hình thực tế của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe trong quyển sách này được trình bày trong Hình 4.3:



***Hình 4.3*** *Mô hình thực tế hệ con lắc ngược hai bậc trên xe tại phòng thí nghiệm Điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM*

*Trong đó:*

1- Thanh con lắc thứ hai

2- Encoder thanh con lắc thứ hai

3- Thanh con lắc thứ nhất

4- Encoder thanh con lắc thứ nhất

5- Động cơ DC Servo

6- Dây curoa



***Hình 4.4*** *Mô hình thực tế hệ con lắc ngược hai bậc trên xe tại phòng thí nghiệm Điều khiển tự động tại Viện Động lực học Hệ thống, Đại học Stuttgart, Đức* [6]

28

**4.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe**

**4.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược hai bậc trên xe** Con lắc ngược hai bậc trên xe trong quyển sách này là con lắc cổ điển bao gồm các thanh con lắc đồng nhất được kết nối với nhau bằng một khớp và khớp còn lại thì được với xe đẩy cho phép chuyển động động theo một trục duy nhất. Cả hai con lắc được giữ ở vị trí thẳng đứng hướng lên của lực F tác dụng vào xe. [7], [8] ***Bảng 4.1*** *Các kí hiệu của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe*

| **Ký hiệu**  ��0, ��1, ��2 ��1, ��2 ��1, ��2  ��1,��2  g  ��0  ��1, ��2  ��  ��̇0  ��̇1, ��̇2  ��̈0  ��̈1, ��̈2  ��  ��  ��0, ��1, ��2  ���� ��1 | **Mô tả**  Khối lượng xe, khối lượng thanh con lắc thứ nhất, khối lượng thanh con lắc thứ hai  Độ dài thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai  Khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm của thanh con lắc thứ nhất và thứ hai  Momen quán tính của thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai Gia tốc trọng trường  Vị trí xe  Vị trí góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai Lực tác động lên xe  Vận tốc của xe  Vận tốc góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai Gia tốc của xe  Gia tốc góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai Bán kính bánh xe  Vận tốc góc  Hệ số ma sát của xe đẩy chống lại dây curoa, hằng số giảm chấn trong khớp của con lắc  Momen xoắn động cơ  Momen | **Đơn vị**  *kg*  *m*  *m*  *kg.m2*  *m/s2*  *m*  *rad*  *N*  *m/s*  *rad/s2*  *m/s2*  *rad/s2*  *m*  *rad/s*  *Nm*  *Nm* |
| --- | --- | --- |

Theo phương trình Euler-Lagrange, ta có:

��(���� ����̇)

���� = �� và �� = �� − ��(4.1)

����−����

Trong đó:

��: hàm Lagrange

��: động năng

��: thế năng

��: tổng ngoại lực

29

Tổng động năng của hệ bằng:

��0 =12��1��̇02 (4.2) ��1 =12��1��̇02 +12(��1��12 + ��1)��̇12 + ��1��1��̇0��̇1��������1(4.3)

��2 =12��2��̇02 +12(��2��22 + ��2)��̇22 +12��2��12��̇12 + ��2��1��̇0��̇1��������1 + ��2��2��̇0��̇2��������2 + ��2��1��1��̇1��̇2cos (��1 − ��2)

Trong đó:

��0: Động năng của xe đẩy

��1, ��2: Động năng thanh con lắc thứ nhất và thứ hai Tổng thế năng của hệ:

(4.4)

��0 = 0 (4.5) ��1 = ��1����1��������1(4.6) ��2 = ��2��(��1��������1 + ��2��������2) (4.7) Trong đó:

��0: Thế năng của xe đẩy

��1,��2: Thế năng thanh con lắc thứ nhất và thứ hai

Kết hợp các phương trình từ (4.1) đến (4.7), phương trình Lagrange có dạng như sau:

�� =12(��0 + ��1 + ��2)��̇02 +12(��1��1 + ��2��12 + ��1)��̇12 +12(��2��22 + ��2)��̇22 + (��1��1 + ��2��1)��̇0��̇1��������1 + ��2��2��̇0��̇2��������2 + ��2��1��2��̇1��̇2 cos(��1 − ��2) − (��1��1 + ��2��1)����������1 − ��2����2��������2 Thay phương trình (4.9) vào phương trình (4.1), ta có

(4.8)

�� = ��1��̈0 + ��2��������1��̈1 + ��3��������2��̈2 − ��2��������1��̇12 − ��3��������2��̇22 + ��0��̇0(4.9)

0 = ��2��������1��̈0 + ��4��̈1 + ��5 cos(��1 − ��2) ��̈2 + ��5 sin(��1 − ��2) ��̇22 − ��2����������1 + ��1��̇1

0 = ��3��������2��̈0 + ��5 cos(��1 − ��2) ��̈1 + ��6��̈2 − ��5 sin(��1 − ��2) ��̇12 − ��3����������2 + ��2��̇2

Trong đó:

(4.10) (4.11)

30

��1 = ��0 + ��1 + ��2; ��2 = ��1��1 + ��2��1; ��3 = ��2��2;

��4 = ��1��12 + ��2��12 + ��1; ��5 = ��2��1��2; ��6 = ��2��22 + ��2

Trong đó:

��: tín hiệu điều khiển

��: ngoại lực tác dụng

**4.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe** Ta tuyến tính hóa hệ phương trình toán học trên quanh điểm cân bằng, ta đặt: ��1 = 0, ��2 = 0

Sau đó, ta có thể xấp xỉ các giá trị lượng giác như sau:

��������1 = ��1, ��������2 = ��2, ��������1 = 1, ��������2 = 1, sin(��1 − ��2) = ��1 − ��2, cos(��1 − ��2) = 1

Vậy hệ phương trình hệ thống trở thành:

�� = ��1��̈0 + ��2��̈1 + ��3��̈2 − ��2��1��̇12 − ��3��2��̇22 + ��0��̇0

(4.12)

0 = ��2��̈0 + ��4��̈1 + ��5��̈2 + ��5(��1 − ��2)��̇22 − ��2����1 + ��1��̇1

{

0 = ��3��̈0 + ��5��̈1 + ��6��̈2 − ��5(��1 − ��2)��̇12 − ��3����2 + ��2��̇2

Ta thiết lập ma trận như sau:

��(��)��̈+ ��(��, ��̇) + ��(��) = [�� 0 0]��(4.13) Trong đó:

��(��) = [

��1 ��2 ��3 ��2 ��4 ��5 ��3 ��5 ��6

]

(4.14)

��(��, ��̇) = [

��0��̇0 −��2��1��̇12 −��3��2��̇22 0 ��1��̇1 ��5(��1 − ��2)��̇22

]

0 −��5(��1 − ��2)��̇12 ��2��̇2

(4.14)

��(��) = [0 −��2����1 −��3����2]��(4.15) Dựa vào phương trình (1.10) trong Chương 1 mà tác giả đã phân tích, ta thực hiện biến đổi biến điều khiển của hệ thành điện áp của động cơ để thuận lợi cho việc áp dụng bộ điều khiển lên mô hình thực.

Ta có:

��0 = ������ ⟹ ��̇0 = ����

Thay các giá trị trên vào phương trình (1.10), ta được:

31

���� =����

������ −��������

��������̇0(4.16) Thay (4.16) vào (1.2) (xem như bỏ qua ����):

��1 = −��������̈0 − (����

��+��������

������) ��̇0 +����

������(4.17)

Lực tác dụng lên xe có dạng như sau:

�� =��1��= −����

��2��̈0 − (����

��2 +��������

������2) ��̇0 +����

��������(4.18)

⟺ �� = −��3��̈0 − ��2��̇0 + ��1�� (4.19) Trong đó:

��1 =����

������, ��2 =����

��2 +��������

������2, ��3 =����

��2

Kết hợp (4.12), (4.13) và (4.19), ta có:

����(��)��̈+ ����(��, ��̇) + ����(��) = [��1�� 0 0]��(4.20) Với

����(��)��̈= [

��1 + ��3 ��2 ��3 ��2 ��4 ��5 ��3 ��5 ��6

(4.21)

]

����(��, ��̇) = [

��0��̇0 + ��2 −��2��1��̇12 −��3��2��̇22 0 ��1��̇1 ��5(��1 − ��2)��̇22

]

0 −��5(��1 − ��2)��̇12 ��2��̇2

(4.22)

����(��) = [0 −��2����1 −��3����2]��(4.23)

32

**CHƯƠNG 5: MÔ HÌNH HỆ PENDUBOT**

**5.1 Giới thiệu về hệ pendubot**

Pendubot hay còn được biết đến là hệ cánh tay robot thiếu dẫn động hai bậc tự do. Pendubot là từ ghép bởi Pendu (Pendulum) và bot (Robot) – một hệ under actuated có ngõ vào điều khiển ít hơn số bậc tự do, và rất khó điều khiển.

Hệ Pendubot được nghiên cứu trong quyển sách này bao gồm 2 thanh đồng chất, đầu đầu thanh 1 được gắn chặt vào một động cơ DC. Đầu cuối thanh 1 được gắn vào đầu đầu thanh 2 (thông qua 1 trục encoder nhằm tính toán góc lệch giữ thanh 2 và thanh 1) sao cho thanh 2 quay tự do xung quanh khớp nối với thanh 1. Cấu trúc hệ Pendubot trong hệ tọa Oxy được trình bày trong Hình 5.1. [9], [10] 

***Hình 5.1*** *Cấu trúc hệ Pendubot trong hệ tọa độ Descartes*

Mô hình Pendubot được ứng dụng trong rất nhiều phòng Thí nghiệm nhằm nghiên cứu các giải thuật điều khiển thông minh, điều khiển hiện đại. Cấu tạo cơ khí của mô hình thực của hệ Pendubot như Hình 5.2 và hệ Pendubot được điều khiển ổn định tại vị trí cân bằng thẳng đứng hướng lên như Hình 5.3.



***Hình 5.2*** *Mô hình thực của hệ Pendubot*

33

*Trong đó:*

1- Thanh con lắc (thanh thứ hai)

2- Thanh cánh tay (thanh thứ nhất)

3- Encoder thanh con lắc (thanh thứ hai)

4- Động cơ DC và encoder của thanh cánh tay (thanh thứ nhất) 

***Hình 5.3*** *Pendubot được điều khiển cân bằng tại vị trí thẳng đứng hướng lên *

***Hình 5.4*** *Mô hình thực tế hệ Pendubot tại phòng thí nghiệm điều khiển, trường Đại học Illinois, Hoa Kỳ*

34

**5.2 Mô tả toán học hệ Pendubot**

**5.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ Pendubot**

Hệ thống Pendubot được mô tả dưới dạng một phương trình toán học thì đó là sự kết hợp giữa vật lý và toán học với định luật cổ điển Lagrange [3] dựa trên tổng năng lượng của hệ và lực tổng quát trong một hệ trục tọa độ Descarts [5]. Phương trình Lagrange loại 1:

������−������[����

��

(5.1)

����

������̇] + ∑����������

Trong đó:

��=1

������= 0

���� là vị trí của chất điểm thứ k

�� là số lượng liên kết trong hệ

���� nhân tử Lagrange thứ i

���� là phương trình liên kết thứ i

L là hàm Lagrange của môt hệ các hạt (chất điểm):

�� = �� − �� (5.2)

Với

*K* là tổng động năng của các chất điểm trong hệ

*V* là tổng thế năng của các chất điểm trong hệ

Từ (5.1) áp dụng cho hệ Pendubot, ta có:

��(��, ��)��−������[����(��, ��̇, ��, ��̇)

����(��, ��̇, ��, ��̇) Trong đó:

��(��̇, ��̇)��] + �� = 0(5.3)

��, ��̇ : vector góc và vận tốc góc thanh 1

��, ��̇: vector góc và vận tốc góc thanh 2

�� = [����

0]: là lực tổng quát liên kết với hệ tọa độ tổng quát (5.4)

K là động năng của hệ Pendubot được xác định:

�� =12∗ (��̇, ��̇)��∗ ��(��, ��) ∗ (��̇, ��̇)(5.5)

35

Trong đó:

��(��, ��): là ma trận đối xứng định nghĩa dương với mỗi (��, ��) ∈ ��2, hay ma trận quán tính.

*V* là thế năng của hệ Pendubot, hàm của vị trí góc �� = ��(��, ��), và độc lập với (��̇, ��̇)

***Bảng 5.1*** *Các kí hiệu của hệ Pendubot*

| **Ký hiệu**  ��  ��  ��̇  ��̇  ��̈  ��̈  ��1 ��1 ����1 ��1 ��2 ��2 ����2 ��2 g | **Mô tả**  Góc của thanh 1  Góc của thanh 2  Vận tốc góc thanh 1  Vận tốc góc thanh 2  Gia tốc gốc thanh 1  Gia tốc gốc thanh 2  Khối lượng thanh 1  Chiếu dài thanh 1  Khoảng cách từ trục của động cơ đến tâm thanh 1 Momen quán tính thanh 1  Khối lượng thanh 2  Chiều dài thanh 2  Khoảng cách từ trục Encoder đến trọng tâm thanh 2 Momen quán tính thanh 2  Gia tốc trọng trường |
| --- | --- |

Tổng động năng của hệ thống được xác định như sau:

�� = ��1 + ��2(5.6) Trong đó:

Động năng của thanh 1:

��1 = ��11 + ��12 =12��1��12 +12��1��̇2(5.7) Với:

��11: là động năng tịnh tiến của thanh 1

��12: là động năng quay của thanh 1

Động năng của thanh 2:

��2 = ��21 + ��22 =12��2��22 +12��2(��̇ + ��̇)2(5.8) Với:

36

��21: là động năng tịnh tiến của thanh 2

��22: là động năng quay của thanh 2

Từ Hình 2.1, vector vị trí hệ thống là:

��1 = ����1�������� (5.9) ��1 = ����1�������� (5.10) ��2 = ��1�������� + ����2cos (�� + ��) (5.11) ��2 = ��1�������� + ����2sin (�� + ��) (5.12) Vận tốc di chuyển của thanh 1:

��1 = [��̇1

��̇1](5.13) ��̇1 = −����1��̇��������: vận tốc theo trục Ox (5.14) ��̇1 = −����1��̇��������: vận tốc theo trục Oy (5.15) Biến đổi (5.13) ta được:

��12 = ��̇12 + ��̇12 = (−����1��̇��������)2 + (����1��̇��������)2 = ����12 ��̇2(5.16) Vận tốc di chuyển của 2 thanh:

��2 = [��̇2

��̇2](5.17) ��̇1 = −����1��̇�������� − ����2(��̇ + ��̇)sin (�� + ��): vận tốc theo trục Ox (5.18) ��̇1 = −����1��̇�������� + ����2(��̇ + ��̇)������ (�� + ��): vận tốc theo trục Oy (5.19) Biến đổi (5.17) ta được:

��22 = ��̇22 + ��̇22 = ��12��̇2 + ����22(��̇ + ��̇)2 + 2��1����2��̇(��̇ + ��̇)[�������� sin(�� + ��) + ��������cos (�� + ��)] = ��12��̇2 + ����22(��̇ + ��̇) + 2��1����2��̇(��̇ + ��̇)�������� Động năng của hệ thống:

�� = ��1 + ��2 =12��1����12 ��̇2 +12��2��12��̇2 +12��2����22(��̇ + ��̇)2 + ��2��1����2��̇(��̇ + ��̇)�������� +12��1��̇2 +12��2(��̇ + ��̇)2

Thế năng của hệ thống:

(5.20) (5.21)

�� = ��1��1�� + ��2��2�� = ��1����1���������� + ��2[����1�������� + ����2sin (�� + ��)]�� (5.22) Ta đặt các thông số hệ thống:

37

��1 = ��1����12 + ��2��12 + ��1

��2 = ��2����22 + ��2

��3 = ��2��1����2

��4 = ��1����1 + ��2��1

��5 = ��2����2

Trong đó:

��1 =112 ��1(��12 + ��12) + ��������������������������������

2

��2 =112 ��2(��22 + ��22)

Từ (5.2), ta có hàm Lagrange:

�� = �� − �� =12��1��̇2 +12��2��̇2 + ��2��̇��̇ +12��2��̇2 + ��3��̇2�������� + ��3��̇��̇�������� − ��[��4�������� + ��5sin (�� + ��)]

(5.23) (5.24)

Chúng ta sẽ thực hiện đạo hàm hàm Lagrange ở phương trình (5.24) lần lượt theo các biến như sau:

���� ;����

����

����̇;����

���� ;����

����̇;����������

����̇;����������

����̇

(5.25)

Từ phương trình (5.3), chuyển vế ta được biểu thức sau: ��(��̇, ��̇)��] −����(��, ��̇, ��, ��̇)

����[����(��, ��̇, ��, ��̇) ��

��(��̇, ��̇)��= ��(5.26)

Ta thực hiện lần lượt các phép toán sau:

��

���� ��

����

����̇−����

����

����

����̇−����

����

����

(5.27) (5.28)

Phương trình mô tả động học của hệ thống được viết như sau: *(giả sử bỏ qua ma sát)* ��(��, ��) ∗ (��̈, ��̈) + ��(��, ��̇, ��, ��̇) ∗ (��̇, ��̇) + ��(��, ��) = �� (5.29) Trong đó:

��(��, ��) là ma trận quán tính

38

��(��, ��̇, ��, ��̇) là vector hướng tâm

��(��, ��) là vector trọng lực

Các thành phần của phương trình động học (5.29) chi tiết như sau: ��(��, ��) = [��1 + ��2 + 2��3�������� ��2 + ��3��������

��2 + ��3�������� ��2](5.30) ��(��, ��̇, ��, ��̇) = [−��3����������̇ −��3����������̇ − ��3����������̇

��3����������̇ 0]

��(��, ��) = [��4���������� + ��5��������(�� + ��)

��5��������(�� + ��)]

�� = [����

0]

Như những mô hình ở các chương trước, ta thực hiện biến đổi biến điều khiển với ngõ vào momen �� thành dạng ngõ vào là điện áp.

���� = −������̈− (���� +����

��������) ��̇ +����

������(5.31)

Ta đặt:

��1 =����

����; ��2 = ���� +��������

����; ��3 = ����(5.32)

⟹ ���� = −��3��̈− ��2��̇ + ��1�� (5.33) Ta kết hợp phương trình (5.30) và (5.33) được phương trình động học của hệ Pendubot với ngõ vào là điện áp ��, ngõ ra là góc �� và �� như sau:

��(��, ��) ∗ (��̈, ��̈) + ��(��, ��̇, ��, ��̇) ∗ (��̇, ��̇) + ��(��, ��) = �� (5.34) Trong đó:

��(��, ��) = [��1 + ��2 + 2��3�������� + ��3 ��2 + ��3��������

��2 + ��3�������� ��2](5.35) ��(��, ��̇, ��, ��̇) = [−��3����������̇ + ��2 −��3����������̇ − ��3����������̇

��3����������̇ 0]

��(��, ��) = [��4���������� + ��5��������(�� + ��)

��5��������(�� + ��)]

�� = [��1��0]

39

**5.2.2 Mô tả toán học dưới dạng phương trình vi phân** Từ công thức (5.35), ta xác định được:

��(��, ��)−��(��, ��̇, ��, ��̇) ∗ (��̇, ��̇)

(5.36)

[��̈��̈] =��

��(��, ��)−��(��, ��) ��(��, ��)

Vì ma trận ��(��, ��) là ma trận xác định dương nên phương trình (5.36) tồn tại. Ta

thực hiện một số phép toán sau để tính toán phương trình vi phân của hệ: ��

��(��, ��)= ��(��, ��)−1��(5.37) ��(��, ��̇, ��, ��̇) ∗ (��̇, ��̇)

��(��, ��)= ��(��, ��)−1��(��, ��̇, ��, ��̇) ∗ (��̇, ��̇)(5.38)

��(��, ��) ��(��, ��)

(5.39)

Sau khi tính toán các phép tính (5.37), (5.38) và (5.39) ta có được phương trình vi phân được mô tả ở phương trình (5.40) và (5.41):

��̈=1

��1��2+��2��3−��32������2��[��2��1�� − ��3��������(−��2��̇2 − ��3����������̇2 − ��2��̇��̇ − ��̇2 − ��̇��2��̇) − ��2��2��̇ − ��2��4���������� + ��3��5��������(�� + ��)��������] ��̈=1

��1��2+��2��3−��32������2��[−��2��1�� − ��3����������1�� − ((−��3����������̇ + ��2)(−��2 − ��3��������) + (��1 + ��2 + 2��3�������� + ��3)(��3����������̇)) ��̇ − (−��2 − ��3��������)(−��3��������)(��̇ + ��̇)��̇ − ��5��������(�� + ��)(��1 + ��3�������� + ��3) − ��4����������(−��2 − ��3��������)]

(5.40) (5.41)

Như vậy, hai phương trình (5.40) và (5.41) chính là phương trình vi phân mô tả cho hệ Pendubot. Ta sẽ dùng hai phương trình này để mô tả hệ trên phần mềm Matlab/Simulink® để phục vụ các mục đích mô phỏng và khảo sát các giải thuật điều khiển.

40

**CHƯƠNG 6: MÔ HÌNH PENDUBOT BA BẬC TƯ DO 6.1 Giới thiệu về mô hình Pendubot ba bậc tự do**

Ở Chương 5, tác giả đã thực hiện giới thiệu đến đọc giả về hệ Pendubot hai thanh (hệ bậc thấp) và đa phần các nghiên cứu hiện tại đều đề cập đến đối tượng này để thực hiện các nghiên cứu, khảo sát giải thuật điều khiển. Trong Chương 6 này, nhóm tác giả giới thiệu về mô hình hệ Pendubot ba bậc tự do hay còn gọi là hệ Pendubot ba thanh (Triple Pendubot). Đối tượng Pendubot ba thanh này là một hệ bậc cao và là đối tượng cải tiến của hệ Pendubot hai thanh. Mô hình hệ Pendubot ba thanh có cấu trúc trong không gian 2D như Hình 6.1. [11]



***Hình 6.1*** *Mô hình hệ Pendubot ba thanh*

**6.2 Mô tả toán học hệ Pendubot ba thanh**

Ta thực hiện các bước dưới đây để thành phần phương trình động học cho hệ thống Pendubot 3 bậc tự do theo tài liệu [12].

Mô hình toán học của hệ Pendubot 3 bậc tự do được diễn giải thông qua phương pháp Euler-Lagrange như sau:

��

����̇����(��, ��̇) −��

��

����

Với

��������(��, ��̇) = �� (�� = 1,2,3)(6.1)

*q1* là góc giữa phương ngang và link 1

*q2* là góc giữa link 2 và đường kéo dài của link 1

*q3* là góc giữa link 3 và đường kéo dài của link 2

[ 0 0]*T*

τ =và Tm là momen tác động và link 1 ngược chiều kim đồng *Tm*

hồ.

41

Trong đó, toán tử Lagrange là:

��(��, ��̇) = ��(��, ��̇) − ��(��) (6.2) Với

�� là tổng động năng hệ thống

�� là tổng thế năng hệ thống

Các thông số hệ thống được trình bày trong Bảng 6.1:

***Bảng 6.1*** *Kí hiệu các thông số hệ thống*

| **Ký hiệu**  ��1 ��1 ����1 ��2 ��2 ����2 ��3 ��3 ����3 ���� ���� | **Đơn vị**  *kg*  *m*  *m*  *kg*  *m*  *m*  *kg*  *m*  *M*  *Nm/A*  *V/rad/s* | **Mô tả**  Khối lượng thanh 1  Chiều dài thanh 1  Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 1 Khối lượng thanh 2  Chiều dài thanh 2  Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 2 Khối lượng thanh 3  Chiều dài thanh 3  Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 3 Hằng số momen của động cơ  Hằng số phản điện của động cơ |
| --- | --- | --- |

Ta thực hiện tính toán phương trình tổng động năng và tổng thế năng của hệ thống. Tính tổng động năng *K*:

*K K K K* = + + 1 2 3(6.3) Với *Kk*là động năng của link k (k=1,2,3)

Động năng của mỗi link lại được chia làm 2 phần: động năng tịnh tiến và động năng

quay.

1 1

⎧= + + ⎪⎪⎪⎨ = + + +

*K m x y I q*

2 2 2

( )

2 2

1 1 1 1 1 1

1 1

*K m x y I q q*

2 2 2

( ) ( )

2 2

2 2 2 2 2 1 2 1 1

⎪⎪= + + + + ⎪⎩

*K m x y I q q q*

2 2 2

( ) ( )

2 2

3 3 3 3 3 1 2 3 Và

42

⎧ = =

*x l q y l q*

cos ; sin

( ) ( )

1 1 1 1 1 1

*c c*

⎪⎪ = + + = + +

*x l q l q q y l q l q q*

cos cos ; sin sin

( ) ( ) ( ) ( )

2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 2

*c c*

⎨= + + + + + ⎪⎪= + + + + + ⎩(6.4)

*x l q l q q l q q q*

cos cos cos ;

( ) ( ) ( )

3 1 1 2 1 2 3 1 2 3

*c*

*y l q l q q l q q q*

sin sin sin

( ) ( ) ( )

3 1 1 2 1 2 3 1 2 3

*c*

Tính thế năng*V*của hệ thống triple pendubot:

*V m gy m gy m gy* = + + 1 1 2 2 3 3(6.5) Với y1, y2, y3 được tính theo công thức (6.4)

Sau khi tính toán ta được tổng động năng của hệ thống như sau:

3

��−1

��−1

��−1

(6.6)

��(��, ��̇) = ∑[12∑��������2��̇��2 +

∑ ∑����������̇��

��̇�� cos(���� − ����)

��=1

��=1

��−1

��=1,��>1

��=1

+ ∑��������������������̇����̇�� cos(���� − ����) +12

��=1

Đồng thời, tổng thế năng của hệ thống như sau:

��������2����2����2 +12������̇��]

3

��−1

(6.7)

��(��, ��̇) = ∑������ (∑�������������� + �������������������� )

��=1

��=1

Sau khi tính toán và thế vào phương trình **Error! Reference source not found.**, b iến đổi để đưa về dạng ma trận sau:

*D q q C q q q G q* ( ) ( , ) ( ) + + =τ(6.8) Với( )3 3 *D q R* ×

∈;( )3 3 *C q q R* ,×

∈;( )3 1 *G q R* ×

∈

*D q q q q* 11 1 2 3 4 2 5 2 3 6 3 = + + + + + + β β β β β β 2 cos 2 cos 2 cos ( ) ( ) ( ) *D q q q q* 12 2 3 4 2 5 2 3 6 3 = + + + + + β β β β β cos cos 2 cos ( ) ( ) ( )

*D q q q* 13 3 5 2 3 6 3 = + + + β β β cos cos ( ) ( )

*D D* 21 12

=

*D q* 22 2 3 6 3 = + + β β β2 cos( )

*D q* 23 3 6 3 = + β β cos( )

43

*D D* 31 13

=

*D D* 32 23

=

= β

*D*33 3

*C q q q q q q* 11 4 2 2 5 2 3 2 3 = − − + + 2 sin 2 sin β β ( ) ( )( )

*C q q q q q q* 12 4 2 2 5 2 3 2 3 = − − + + β β sin sin ( ) ( )( )

*C q q q q q q q q q q* 13 6 3 3 6 3 1 6 3 2 5 2 3 2 3 = − − − − + + β β β β sin 2 sin 2 sin sin ( ) ( ) ( ) ( )( ) *C q q q q q* 21 4 2 1 5 2 3 1 = + + β β sin sin ( ) ( )

22 *C* = 0

= − − − β β β sin 2 sin 2 sin ( ) ( ) ( )

*C q q q q q q* 23 6 3 3 6 3 1 6 3 2

*C q q q q q* 31 6 3 1 5 2 3 1 = + + β β sin sin ( ) ( )

*C q q q q* 32 6 3 2 6 3 1 = + β β sin 2 sin ( ) ( )

33 *C* = 0

*G q q q q q q* 1 1 1 2 1 2 3 1 2 3 = + + + + + α α α cos cos cos ( ) ( ) ( )

*G q q q q q* 2 2 1 2 3 1 2 3 = + + + + α α cos cos ( ) ( )

*G q q q* 3 3 1 2 3 = + + α cos( )

1 1 1 1 2 1 3 1 *c* β = + + + *I ml m l m l*

2 2 2

2 2 2 2 3 2 *c* β = + + *I m l m l*

2 2

3 3 3 3*c* β = + *I m l*

2

β4 2 1 2 3 1 2 = + *m l l m l l*

*c*

β5 3 1 3

= *m l lc*

β6 3 2 3

= *m l lc*

α1 1 1 2 1 3 1 = + + *m gl m gl m gl*

*c*

α2 2 2 3 2 = + *m gl m gl*

*c*

α3 3 3

= *m glc*

Từ (6.8) sau khi chuyển vế, ta được:

44

1 1 1 *q D q D q C q q q D q G q* τ ,

− − −

= − −(6.9) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )

Sử dụng phần mềm Matlab, ta tính được phương trình **Error! Reference source not f ound.** như sau:

��̈1 = ��1(��, ��̇) + ��1(��, ��̇)����

��̈2 = ��2(��, ��̇) + ��2(��, ��̇)����

��̈3 = ��3(��, ��̇) + ��3(��, ��̇)����

Với việc xác định ngõ vào điều khiển là momen do động cơ tạo ra, việc mô phỏng chỉ dừng lại ở mức độ khảo sát. Việc chuyển tín hiệu điều khiển từ momen sang điện áp giúp việc điều khiển trên mô hình thực từ tính toán mô phỏng sẽ khả thi hơn. Áp dụng những phân tích trong Chương 1, ta có được phương trình quan hệ giữa điện áp *e* và momen được trình bày như sau:

����−����2��̇1

(6.10)

�� =������

����

Khi thay thế phương trình (6.10) vào phương trình (6.9), ta được hệ phương trình trạng thái hệ thống với ngõ vào điều khiển là điện áp cấp cho động cơ như sau: ��̈= ��(��, ��) (6.11)

Với

��(��, ��) = [

��1 ��2 ��3

] = [

��1(��, ��) ��2(��, ��) ��3(��, ��)

]

Tuy nhiên, hệ thống có dạng *x h x u* = ( , )với x là biến trạng thái và e là tín hiệu π

điều khiển. Với các vị trí cân bằng theo định nghĩa phương trình (6.11) là 12

*q*

=

*q* = 0 , *q*3= 0 , vận tốc các link đều là 0 và *e =* 0. Do vậy ta cần

(chưa phải giá trị 0), 2

đặt lại các biến như sau: mục đích chung là tuyến tính hóa, đưa các biến trạng thái về gần bằng giá trị 0 khi hệ thống ổn định tạo vị trí cân bằng hướng lên. Từ đó, các biến trạng thái được viết lại như sau:

��1 = ��1 −��2; ��2 = ��̇1; ��3 = ��2 + ��1 −��2; ��4 = ��̇2 + ��̇1; ��5 = ��3 + ��2 − ��

2;

��6 = ��̇3 + ��̇2

Sau một số bước tính toán, ta có phương trình mô tả hệ Pendubot 3 thanh như sau: ��̇1 = ��2(6.12)

45

��̇2 = ��1(��) + ��1(��)�� (6.13) ��̇3 = ��4(6.14) ��̇4 = ��2(��) + ��2(��)�� (6.15) ��̇5 = ��6(6.16) ��̇6 = ��3(��) + ��3(��)�� (6.17) Trong đó

��1(��); ��1(��); ��2(��); ��2(��); ��3(��); ��3(��) là các phương trình phi tuyến

46

**CHƯƠNG 7: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC BÁNH XE QUÁN TÍNH**

**7.1 Giới thiệu về mô hình bánh đà con lắc ngược quay**

Các phương tiện giao thông thông thường như xe đạp, xe máy đều là những hệ mất thăng bằng khi chưa được điều khiển. Với tác động của trọng lực hay ngoại lực, dù rất nhỏ cũng đủ làm chúng ngả xuống, mất thăng bằng. Trong chương này, nhóm tác giả đã lựa chọn một đối tượng phi tuyến phỏng theo hoat động của thân chiếc xe đạp để tiến hành phân tích. Hệ con lắc ngược bánh xe quán tính có tên tiếng Anh là Reaction Wheel Inverted Pendulum (RWIP) - một hệ thống phi tuyến với đặc trưng của hệ một vào nhiều ra (SIMO). [13]

Hệ con lắc ngược tự thăng bằng với một bánh xe quán tính hay còn gọi là hệ con quay hồi chuyển thăng bằng, hệ con lắc ngược – bánh xe là một trong những hệ phi tuyến, có cấu tạo nên từ sự kết hợp giữa một thanh quay con lắc ngược và một bánh xe.

Cấu tạo của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính bao gồm một thanh con lắc với một đầu được gắn chặt vào một trục tự do sao cho thanh quay có thể quay tự do theo trục đó. Đầu còn lại của thanh con lắc được gắn chặt với một động cơ, trục động cơ này được cố định với một bánh xe hay còn gọi là bánh đà. Như vậy, cơ cấu chấp hành của hệ này là trục bánh xe và hai đáp ứng đầu của hệ là góc lệch bánh xe và góc lệch thanh con lắc. Khi không có tín hiệu điều khiển, con lắc được xem như một thân xe đạp hay xe máy sẽ ngã xuống, yêu cầu đặt ra là điều khiển tốc độ, đảo chiều bánh đà liên tục để giữ cho con lắc không bị ngã xuống.

Sơ đồ cấu tạo của hệ bánh đà con lắc ngược quay trình trong Hình 7.1. Hệ thống này bao gồm hai cảm biến đọc góc encoder. Một encoder sẽ lấy giá trị góc của thanh con lắc, encoder còn lại sẽ đọc giá trị góc của bánh đà. Nếu chúng ta biểu thị các góc của từng encoder tương ứng là q1 và q2, thì chúng ta thấy rằng: [14]

*q q*

=

1 1

*q q q*

= +

2 1 2

(7.1)

47



***Hình 7.1*** *Cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính *

***Hình 7.2*** *Mô hình thực tế hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM* [13] **7.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược bánh xe quán tính**

Từ cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong hệ tọa độ Descartes Hình 7.1, các thông số hệ thống và biến được trình bày trong Bảng 7.1.

48

Các phân tích để xây dựng mô hình toán học cho hệ thống dựa theo các tài liệu [13], [14], [15] và [16]

***Bảng 7.1*** *Thông số hệ thống*

| **Thông số**  ��1 ����1 ��1 ��2 ��1 ��2 ��1 ��2 ��  ��1 ��2 | **Đơn vị**  ��  ��  ����  ����  ������  ������  ������2  ������2  ��/��2  ��. ��. ��/������ ��. ��. ��/������ | **Mô tả**  Độ dài thanh con lắc  Độ dài thanh con lắc từ trục đến vị trí trọng tâm Khối lượng thanh con lắc  Khối lượng bánh xe  Góc thanh con lắc  Góc bánh xe  Momen quán tính thanh con lắc  Momen quán tính bánh xe  Gia tốc trọng trường  Hệ số ma sát con lắc  Hệ số ma sát bánh xe |
| --- | --- | --- |

Mô hình động lực học của hệ được phân tích bằng cách sử dụng phương trình Euler Lagrange:

⎛ ⎞ ∂ ∂ ⎜ ⎟ − =

*d L L*

( , , ) ( )

τ

*q q q q*

*dt q q*

⎝ ⎠ ∂ ∂

Trong đó, [ 1 2 ]*T*

(7.2)

*q q q* =và �� là hàm số Lagrangian và được tính bởi (7.3): ��(��, ��̇) = ��(��, ��̇) − ��(��) (7.3) Với, �� là động năng của hệ và �� là thế năng của hệ

Tổng động năng của hệ báo gồm động năng của con lắc *K*1và động năng của bánh đà *K*2và được trình bày ở (7.4):

1

( ) 2 2

*K m l I q* = +

*c*

1 1 1 1 1

2

1 1

( )2 2 2

*K m l q I q q* = + +

2 2 1 1 2 1 2

2 2

*K K K*

= +

1 2

1 1 2 2 2 2 = + + + + + *m l m l I I q I q q I q* ( )

2 2 *c*

1 1 2 1 1 2 1 2 1 2 2 2 Tổng thế năng của hệ được trình bày ở (7.5):

(7.4)

49

*V m l m l g q* = + − ( 1 1 2 1 1 *c* ) (cos 1 ( ) )(7.5) Đặt *m m l m l* = + 1 1 2 1 *c*

Phương trình (7.5) trở thành:

*V mg q* = − (cos 1 ( 1 ) )(7.6) Thế (7.4) và (7.6) vào (7.3), ta tính được hàm Lagrangian:

1 1 cos 1 1

2 2 2 2

*L m l m l I I q I q q I q mg q* = + + + + + − − ( ) ( ( ) ) 1 1 2 1 1 2 1 2 1 2 2 2

2 2

*c*

Thế (7.7) vào phương trình Euler-Lagrange (7.2), ta có ∂= + + + +

*Lm l m l I I q I q*

2 2

( )

1 1 2 1 1 2 1 2 2

(7.7)

∂

*q*

1

⎛ ⎞ ∂

*c*

*d L m l m l I I q I q*

2 2

⎜ ⎟ = + + + +

( )

1 1 2 1 1 2 1 2 2

*c*

*dt q*

∂⎝ ⎠

1

∂=

sin *Lmg q*

∂

*q*

( 1 )

1

(7.8)

∂= + *LI q I q*

∂

*q*

2 1 2 2

2

⎛ ⎞ ∂

*d L I q I q* ⎜ ⎟ = +

*dt q*

∂⎝ ⎠

2

∂=

2 1 2 2

*L*

0

∂

τ

*q*

2

⎡ ⎤ −

*b q*

1 1

= ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ −

τ

*b q* 2 2

Cuối cùng, phương trình động lực học của hệ tìm được như sau 2 2

sin 1 *m l m l I I q I q mg q b q c*

+ + + + − = −

( ) ( )

1 1 2 1 1 2 1 2 2 1 1

*I q I q b q* τ

+ = −(7.9)

2 1 2 2 2 2

Sau khi tìm được phương trình động lực học của hệ, ta biến đổi (7.9) về dạng

50

*q b q b q mg q m l m l I* = − + − − + + τ

2 2

( ( )) ( )

1 1 1 2 2 1 2 1 1 1 1 sin /*c*

*q I I l m l m I b q I b q I b q I mg q b q l m l m* = + + + + − − − − + τ

2 2 2 2

sin

( ( ) ( ) ( )) 2 1 2 1 2 1 1 2 1 1 1 2 2 2 2 2 2 1 2 2 1 2 1 1

*c c*

*I m l m l I*

+ +

(7.10 )

2 2

/

( ( )) 2 2 1 1 1 1

*c*

Phương trình biến trạng thái của hệ thống được tìm được như sau *x Ax Bu* = +(7.11) Trong đó,

[ 1 1 2 2 ]*T*

*x q q q q* =

*u* =τ

[ 1 1 2 2 ]*T*

*x q q q q* =

0 1 0 0

⎡ ⎤

⎢ ⎥ ∂∂∂∂ ⎢ ⎥

*qqqq*

1111

⎢ ⎥ ∂ ∂ ∂ ∂

*q q q q*

= ⎢ ⎥

1 1 2 2

*A*

0 0 0 1 ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ∂∂∂∂ ⎢ ⎥ ∂ ∂ ∂ ∂ ⎣ ⎦

*qqqq* 2222 *q q q q* 1 1 2 2

∂ ∂

*q q mg q m l m l I b m l m l I* = + + = − + + cos / ; / ; 1 1 2 2 2 2 ∂ ∂

*q q*

( ) ( ) ( ) 0; /*c c*

1 2 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1

1 1

∂ ∂

*q q b m l m l I*

= = + +

1 1 2 2

∂ ∂

*q q* 2 2

( ) 2 2 1 1 1 1 *c*

*q q mg q m l m l I b m l m l I* = − + + = − + + cos / ; /

∂

2 2 2 2 2 2 ∂ ∂

*q q*

∂( ) ( ) ( ) 1 2 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1

*c c*

1 1

∂ ∂

*q q b m l b m l I b I b I b I m l m l I* = = − + + + + + + 0; /

2 2 2 2 2 2 ∂ ∂

*q q* 2 2

( ) ( ( )) 2 2 1 2 1 1 1 2 1 2 2 2 2 2 1 1 1 1 *c c*

⎡ ⎤ ⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ∂ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ − + + ∂ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥

00

1 2 2

*qm l m l I*

1 /

( ) 2 1 1 1 1 *c*

= = ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥

*u*

*B*

0 0

∂ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ + + + + + ⎣ ⎦ ⎢ ⎥ ⎣ ⎦ ∂

*q m l m l I I I m l m l I*

2 2 2 2

/

2 2 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 ( ) ( ( ))

*c c*

*u*

51

**CHƯƠNG 8: MÔ HÌNH HỆ BÓNG VÀ THANH ĐỠ 8.1 Giới thiệu về mô hình hệ bóng và thanh**

Hệ bóng và thanh đỡ hay hệ cân bằng quả bóng trên thanh đỡ với tên Tiếng Anh là hệ Ball and Beam (B & B). Mô hình quả bóng và thanh đỡ được sử dụng trong các thí nghiệm về điều khiển ở hầu hết các trường đại học kỹ thuật vì nó là một mô hình dễ xây dựng và là một ví dụ điển hình về kỹ thuật điều khiển. Hệ thống này gần gũi với các hệ thống điều khiển thực – như việc ổn định cân bằng máy bay theo phương ngang khi hạ cánh dưới tác động nhiễu của các luồng khí.

Cấu tạo của hệ này gồm có một quả bóng, một thanh đỡ, một động cơ và một số cảm biến. Một tay quay được gắn vào một đầu của thanh đỡ, đầu còn lại được gắn vào động cơ. Khi động cơ quay một góc *θ*, thông qua tay quay sẽ làm thanh đỡ quay một góc *α*. Khi thanh đỡ thay đổi góc từ vị trí cân bằng, dưới tác dụng của trọng lực sẽ làm cho quả bóng lăn tự do trên thanh đỡ. Chúng ta cần thiết kế một bộ điều khiển sao cho có thể kiểm soát được vị trí quả bóng trên thanh đỡ. [17] 

***Hình 8.1*** *Cấu trúc vật lý của hệ bóng và thanh đỡ*

Đối tượng bóng và thanh đỡ thường có hai dạng cấu tạo chính là hệ bóng và thanh đỡ trục lệch. Dạng còn lại là hệ bóng và thanh đỡ trục giữa. Hình 8.2 được trình bày bên dưới là dạng trục giữa. Hình 8.3 được trình bày bên dưới là dạng trục lệch. Trong quyển sách này, nhóm tác giả sẽ dựa trên mô hình trục lệch để giới thiệu, phân tích, mô tả phương trình toán học cho hệ.

52



***Hình 8.2*** *Quả bóng cân bằng trên thanh dầm được xây dựng bởi Berkeley Robotics Laboratory (Arroyo 2005)*

*****Hình 8.3*** *Hệ bóng và thanh đỡ trục lệch tại phòng thí nghiệm Điều khiển điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM* [17]

Cấu tạo cơ khí của hệ thống trên thực tế như Hình 8.3 gồm các chi tiết như sau: 1. Thanh đỡ

2. Quả bóng kim loại

3. Động cơ DC

4. Encoder tính toán góc của động cơ

5. Đế của hệ

53

**8.2 Mô tả toán học cho hệ bóng và thanh đỡ**

Từ cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong hệ tọa độ Descartes Hình 8.1, các thông số hệ thống và biến được trình bày trong Bảng 8.1 như sau:

***Bảng 8.1*** *Thông số hệ thống*

| **Thông số**  ���� ���� ��  ��  ��  ���� =2������2  5  ���� =2������2  3  ��  ��  ��  ��  ��  ��  ����  �� | **Đơn**  **vị**  ����  ����  ��  ������  ������  ������2  ������2  ��/��2  ��  ��  ����  ��  ��  �� | **Mô tả**  Khối lượng quả bóng  Khối lượng thanh đỡ  Chiều dài thanh đỡ  Góc động cơ  Góc thanh đỡ  Momen quán tính quả bóng  Momen quán tính thanh đỡ  Gia tốc trọng trường  Vị trí quả bóng  Bán kính quả bóng  Momen động cơ  Dòng điện qua động cơ  Điện áp động cơ  Tỷ số truyền  Bán kính đĩa |
| --- | --- | --- |

Dựa theo tài liệu số [17], ta có có các phân tích về hệ thống lần lượt được trình bày: Tổng động năng của hệ thống:

�� =12������̇2 +12���� (��̇��)2+12(���� + ������̇2)��̇2 +12������̇2(8.1) Tổng thế năng của hệ thống:

�� =12������������(��) + ��������������(��)(8.2) Phương trình Lagrange được xác định như sau:

��(��, ��̇) = ��(��, ��̇) − ��(��, ��̇) (8.3) Hệ thống được mô tả dưới dạng phương trình Euler-Lagrange như sau: ���� (����

��

����̇��) −����

������= ��(8.4)

54

Từ phương trình (8.1) tới (8.4), ta có hệ phương trình toán học của hệ như sau: (���� +����

��2) ��̈− ������̇2�� + ������������(��) = 0(8.4) (���� + ���� + ������2)��̈+ 2��������̇��̇ + (12���� + ������) ��������(��) = ��(8.5) Ta thấy rằng, tín hiệu khi điều khiển ngõ vào của hệ là tín hiệu momen. Chính vì vậy ta sẽ thực hiện biến đổi tín hiệu điều khiển ngõ vào của hệ từ momen sang điện áp. Kết hợp với những phân tích ở Chương 1, mối liên hệ giữa momemt và điện áp trong hệ thống được trình bày trong phương trình (8.6) và (8.7):

������̇+ ������ + ������̇ = �� (8.6) �� = ������ (8.7) Từ phương trình (8.6) và phương trình (8.7), ta có:

���������� = ��1�� − ��2��̇ (8.8) Trong đó:

��1 =�������� ����

��; ��2 =����2��������

��

����

��2 ��2

Sau khi ta có phương trình (8.5), ta thực hiện thay thế phương trình này vào phương trình (8.4) và (8.6), ta được hệ phương trình vi phân như sau:

{

��̇1 = ��2

��̇2 = ��1(��) + ��1(��)�� ��̇3 = ��4

��̇4 = ��2(��) + ��2(��)��

(8.9)

Trong đó:

��1 = ��; ��2 = ��̇; ��3 = ��; ��4 = ��̇; �� = ��

��1(��) =57��1��42 −57��������(��3)

��1(��) = 0

��2(��) =−��2��4 − 2������1��2��4 −��2������ cos(��3) − ��������1cos (��3) ������12 + ���� + ����

��2(��) =��1

������12 + ���� + ����

55

**CHƯƠNG 9: MÔ HÌNH HỆ BỒN NƯỚC ĐƠN**

**9.1 Giới thiệu mô hình hệ bồn nước đơn**

Mô hình hệ bồn nước đơn là một mô hình kinh điển và là một mô hình đơn giản có độ phi tuyến trong lĩnh vực điều khiển tự động hóa. Để xây dựng và điều khiển hệ con lắc ngược tự cân bằng đòi hỏi người điều khiển phải có nhiều kiến thức về cơ khí lẫn điều khiển hệ thống. Với mô hình này sẽ giúp người điều khiển kiểm chứng được nhiều cơ sở lý thuyết và các thuật toán khác nhau trong điều khiển tự động.

Nội dung đề tài chủ yếu tập trung nghiên cứu về giải thuật điều khiển và xây dựng mô hình hệ thống bồn nước đơn bao gồm 2 thành phần chính sau:

**Phần cơ khí:** gồm 1 bồn nước đơn được làm bằng mica trong, 1 van xả để tạo nhiễu cho hệ thống, 1 động cơ bơm, 1 cầu H và 1 cảm biến siêu âm để đọc giá trị mực nước. Van nước được mở xả nước, cảm biến siêu âm có nhiệm vụ đọc giá trị mực nước hiện tại trong bồn. Cầu H sẽ điều xung động cơ bơm, động cơ sẽ bơm liên tục để đảm bảo mực nước duy trì ở điểm đặt.

**Phần điện tử:** gồm cảm biến siêu âm đọc giá trị mực nước, mạch khuếch đại công suất và mạch điều khiển trung tâm. Tín hiệu đọc từ cảm biến sẽ được truyền vi điều khiển. Tùy thuộc vào tính hiệu đọc từ cảm biến siêu âm mà Arduino lập trình để xuất tín hiệu ngõ ra điều khiển động cơ bơm DC thông qua mạch khuếch đại công suất (mạch cầu H).



***Hình 9.2*** *Mô hình thực hệ thống bồn nước đơn tại phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM* [18]

56

1. Vi xử lý Arduino Uno R3

2. Cầu H L298N

3. Cảm biến siêu âm HC-SR05

4. Động cơ bơm nước 12 VDC

5. Bồn nước bằng mica

6. Van xả đường kính 6 mm

7. Can nhựa 6 lít chứa nước

8. Adapter 220 VAC/12 VDC

9. Ống nước

10.Dây cáp

**9.2 Mô hình toán hệ thống bồn nước đơn**

Trước tiên, ta cần tìm hiểu các thông số mô hình thông qua Hình 9.2 và được tổng hợp trong Bảng 9.1.



***Hình 9.2*** *Mô hình mô tả hệ thống bồn nước đơn*

***Bảng 9.1*** *Thông số mô phỏng hệ bồn nước đơn bỏ qua thông số động cơ*

| **Thông số**  *yt*()  ��(��)  ��(��)  A(h)  hmax  Amax, Amin k  a  g  CD | **Mô tả**  Biến trạng thái  Điện áp điều khiển máy bơm theo thời gian Độ cao mực chất lỏng trong bồn theo thời gian  Tiết diện ngang bồn chứa  Độ cao cực đại của bồn chứa  Tiết diện ngang cực đại và cực tiểu  Hệ số tỷ lệ với công suất máy bơm  Tiết diện van xả  Gia tốc trọng trường  Hệ số xả | **Đơn vị**  0≤u(t)≤12V cm  cm2  cm  cm2  cm3/sec  cm2  cm/sec2 |
| --- | --- | --- |

57

Phương trình cân bằng hệ thống dựa theo tài liệu số [19]:

*in out*(9.1) ( ) ( ) ( ) *Ay t q t q t* = −

Trong đó:

( ) ( ) *in q t ku t* =(9.2) q ( ) 2 ( ) *out D t aC gy t* =(9.3)

Từ phương trình (9.1), (9.2) và (9.3), ta suy ra phương trình toán của hệ thống là: 1

= −(9.4) *y t gy t*

( ) (ku(t) aC 2 ( )

( ) *D*

*A h*

*A h h* ( ) *A A A*

= +(9.5)

−

max min

*h*

min

max

Phương trình (9.4) là hệ phi tuyến bậc 1.

Đặt biến trạng thái:

*x t y t* ( ) ( ) =(9.6) 1

Phương trình trạng thái của hệ thống là:

⎨⎩ =(9.7)

⎧ =

*x t f x t u t*

( ) ( ( ), ( ))

*y t h x t u t*

( ) ( ( ), ( ))

Trong đó:

= − +(9.8)

*aC gx t k*

2 ( )

(x,u) ( ) *D*

1

*f u t*

*A A*

h(x,u) x ( ) = *t*(9.9)1

58

**CHƯƠNG 10: MÔ HÌNH HỆ CẦU TRỤC**

**10.1 Giới thiệu về mô hình hệ cầu trục**

Trên toàn thế giới, cần trục đóng một vai trò quan trọng trong việc hỗ trợ các nhiệm vụ nâng hạ và vận chuyển trọng tải lớn. Chúng được sử dụng ở nhiều nơi khác nhau như xưởng đóng tàu, công trường xây dựng, nơi làm việc công nghiệp. Ở Việt Nam, hệ thống này rất dễ được bắt gặp trong các công trình xây dựng, được sử dụng

bốc dỡ vật liệu cho các công trình cao tầng. Ngoài ra, chúng ta còn bắt gặp hệ cầu trục ở cảng sông, biển được dùng trong việc bốc xếp hàng hoá, container, v.v. Hiện nay, có nhiều loại cần trục khác nhau tồn tại, mỗi loại được thiết kế đặc biệt cho môi trường mà nó đang được sử dụng. Một trong những loại cần trục phổ biến là cần trục tháp, đây là loại cần trục mà tác giả muốn giới thiệu trong chương này.



***Hình 10.1*** *Một hệ thống tháp cầu trục trong công trình xây dựng *

***Hình 10.2*** *Một hệ thống tháp cầu trục trong cảng*

59

Xét trong lĩnh vực điều khiển học kỹ thuật, hệ tháp cầu trục (Tower Crane) rất phổ biến trong các phòng thí nghiệm điều khiển. Hệ tháp cầu trục là hệ under-actuated có nhiều biến ngõ vào và nhiều biến ngõ ra (multiple-input and multiple-output), viết tắt là hệ MIMO. Trong chương này, nhóm tác giải xem xét xây dựng mô hình hệ tháp cầu trục thành hai hệ thống một ngõ vào – nhiều ngõ ra (single-input and multiple output) gồm: [20]

- Hệ thống thứ nhất: Động cơ A điều khiển vị trí của xe đẩy và góc của tải. - Hệ thống thứ hai: Động cơ B điều khiển góc của cầu trục và góc quay của tải.

Cấu trúc của hệ thống tháp cầu trục được mô tả trong Hình 10.3 và Hình 10.4 theo tài liệu [21]:



***Hình 10.3*** *Cấu trúc vật lý của hệ với hướng nhìn trên xuống*

**

***Hình 10.4*** *Cấu trúc vật lý của hệ với hướng nhìn ngang*

60

Từ Hình 10.3 và Hình 10.4 ta thấy rằng, xe đẩy (trolley) có thể di chuyển trên cần trục (jib) và một đoạn dây cáp bằng kim loại (metal string) được gắn chặt với xe đẩy. Một tải được treo ở đầu còn lại của dây cáp. Cần trục quay xung quanh một trục thẳng đứng được gọi là tháp (tower). Tháp này được đặt trên một đế (base) nặng vững chắc để đảm bảo an toàn. Vòng quay của cần trục và chuyển động của xe đẩy di chuyển tải đến vị trí thích hợp.

Mô hình thực tế của hệ thống tháp cầu trục được xây dựng tại trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TPHCM được giới thiệu trong Hình 10.5. Động cơ DC A được gắn kèm một cảm biến encoder điều khiển vị trí xe đây trên cần trục bằng dây đai. Cảm biến encoder này có nhiệm vụ tính toán vị trí của xe đẩy. Một đầu của đoạn dây cáp được gắn vào xe đẩy, đầu còn lại được gắn vào một tải. Dây cáp này có thể thay đổi chiều dài để đánh giá trong từng trường hợp của thí nghiệm. Động cơ DC B được gắn kèm một encoder điều khiển quay cho cần trục. Encoder ở động cơ B sẽ thực hiện tính toán góc quay của cần trục. Góc quay và góc theo phương thẳng đứng của tải được tính toán bằng cách sử dụng cấu trúc của điện trở như trong Hình 10.6



***Hình 10.5*** *Hệ thống thực tháp cầu trục được xây dựng trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường ĐH SPKT TPHCM* [21]

61

Cấu tạo cơ khí của hệ thống bao gồm:

1- Cần trục

2- Dây cáp

3- Tải

4- Động cơ DC điều khiển cần trục (động cơ A)

5- Tải cân bằng cho cần trục

6- Cấu trúc điện trở để đo góc của tải

7- Bộ điều khiển

8- Tháp quay

9- Đế

10-Xe đẩy

11-Động cơ DC để điều khiển xe đẩy (động cơ B)

***Hình 10.6*** *Cấu trúc điện trở để tính toán góc quay của tải* [21]

62

***Hình 10.7*** *Sơ đồ khối điện của hệ tháp cầu trục*

**10.2 Mô hình toán hệ thống tháp cầu trục**

Theo tài liệu [20], mô hình toán học của hệ thống và các biến giá trị của hệ thống được trình bày lần lượt trong Hình 10.8 và Bảng 10.1 như sau:



***Hình 10.8*** *Mô hình toán của hệ thống tháp cầu trục*

63

***Bảng 10.1*** *Thông số hệ thống*

| **Ký hiệu**  ��  ��  ��  ������ ������  �� = ���� ��  ��  ��  ���� ����  ��0 | **Đơn vị**  *kg*  *kg*  *m*  *m*  *rad*  *rad*  *rad*  *N*  *Nm*  ������2 | **Mô tả**  Khối lượng của tải  Khối lượng xe đẩy  Độ dài dây cáp  Hệ số động cơ A  Hệ số động cơ B  Vị trí xe đẩy  Chiều góc của tải  Góc quay của tháp  Góc quay của tải  Lực tác động lên xe đẩy  Momemt tác động lên tháp  Momemt quán tính của hệ theo phương z |
| --- | --- | --- |

Ta đặt như sau:

�� = (��,��, ��, ��) (10.1) �� = (����, 0, ����, 0) (10.2)

Tổng thế năng của hệ tháp cầu trục:

�� = ���������� + ���������������� (10.3) Trong đó:

���������� =12����12 +12��0��2

���������������� =12����22

��12 = ��̇1��2 + ��̇1��2 + ��̇1��2

��22 = ��̇2

��1�� = �� − ��������(��)������(��)

��1�� = ��������(��)

��1�� = −��������(��)������(��)

��̇1�� = ��̇ + ��̇��������(��)������(��) − ��̇������(��)������(��)

��̇1�� = ��̇��������(��)

��̇1�� = ��̇��������(��)������(��) + ��̇Lsin(ϕ)cos(��)

64

Tổng thế năng của hệ:

�� = −������������(��)������(��) (10.4) Hệ thống được mô tả dưới dạng phương trình Euler-Lagrange như sau: ���� (����

��

����̇��) −����

������= ��(10.5) Từ phương trình (10.1) – (10.5), hệ phương trình hệ tháp cầu trục được mô tả từ

phương trình (10.6) đến phương trình (10.9):

(�� + ��)��̈+ ����������(��)������(��)��2 − (�� + ��)����̇2 − 2����������(��)��̇��̇ + ����������(��)������(��)��̇2 + 2����������(��)������(��)��̇��̇

− 2����̇(������(��)��̇ + ����������(��)������(��)��̇2 − sin(��) ������(��)��̇ + ������(��)������(��)��̇) − ��������(��)������(��)��̈− ����������(��)��̈

+ ����������(��) sin(��) ��̈− ����������(��) cos(��)��̈= ����

��cos (��)2��̇ + ������(��)(��������(��) − ��������(��)������(��) sin(��) ��̇2 + cos(��) ����̇2 − cos(��) ������(��)��̈+ 2��������(��)������(��)��̇��̇ − 2��������(��)��̇��̇ + 2��̇(������(��)������(��)��̇ + ������(��)��̇))

+ ��������(��)������(��)������(��)��̈= 0

(��0 + ����2������(��)2 + ��������(��)2��2sin (��)2 − 2��������(��)��������(��)�� + ����2 + ����2)��̈+ 2��������(��)������̇ − ����������(��)����̇2

− 2��������(��)��2������(��)2��̇��̇ − ��������(��)��2������(��)������(��)��̇2 − ������̇(2������(��)��̇ − ������(��)������(2��)��̇)

+ ��(−2��������(��)������(��)��̇) + 2(�� + ��)��̇

+ ����2(������(��)2������(2��)��̇) + ������(��)2������(2��)��̇

+ 2���� ((������(��)2 + cos(��)2������(��)2)��̇ − ������(��)������(��)��̇ + ������(��)������(��)����̇ − ������(��)������(��)����̇)

− ����2������(��)2������(��) + ��������(��)������̈

+ ��������(��)������(��)��2������(��)��̈= ����

(10.6)

(10.7) (10.8)

65

����̈+ ��������(��)������(��) + 2������(��)��̇��̇ −14��������(2��)��̇2 −14��������(��)2������(2��)��̇2 − ��������(��)������(��)��̇2

+14��������(2��)������(��)2��̇2 + ��̇(−2������(��)��̇ + 2��̇) − ��������(��)��̇��̇ + ��������(��)2������(��)��̇��̇

+ ��������(��)������(��)2��̇��̇ + ��������(��)������(��)��̇2

+ ������(��)������(��)��̈+ (−��������(��) + ��������(��))��̈= 0

(10.9)

Hệ phương trình toán học mô tả hệ tháp cầu trục từ (10.6) đến (10.9) rất phức tạp. Chính vì vậy, chúng ta cần xấp xỉ một số giá trị như sau để phục vụ cho việc điều khiển:

������(��) = ������(��) = ������(��) = 0; ������(��) = ������(��) = ������(��) = 1 ����̇2 ≈ 0; ����̇2 ≈ 0; ����̇2 ≈ 0; ��̇ = ��̈=

Hệ phương trình từ (10.6) đến (10.9) trở thành:

(10.10)

̅̅̅ (10.11)

��̈+ �������� = ����

����̈+ ���� − ��̈+ ����̈�� = 0 (10.12) (1 + ������2)��̈− ���������� = ����̅ (10.13) ����̈+ ���� + ����̈− ����̈�� = 0 (10.14) Trong đó:

���� =����; ���� =����0; ���� =����0; ����

��; ����̅ =����

̅̅̅ =����

��0

Ta thực hiện tìm mối liên hệ của momemt động cơ và điện áp động cơ như sau: ����̅ = ����������(10.15) ����̅ = ����������(10.16)

66

**CHƯƠNG 11: MÔ HÌNH HỆ XE HAI BÁNH CÂN BẰNG 11.1 Giới thiệu về mô hình hệ xe hai bánh cân bằng**

Robot xe hai bánh cân bằng có tên tiếng Anh là Two Wheel Automatic Balancing Robot (TWABR) là một hệ thống không ổn định và có tính phi tuyến cao bao gồm hai bánh phụ tiếp xúc với sàn mặt. Các bánh xe được điều khiển độc lập để cân bằng trọng tâm phía trên trục quay của bánh xe. Mỗi bánh xe được dẫn động bởi một động cơ. Các động cơ thường được sử dụng là động cơ DC gắn kèm một cảm biến enocoder và Các encoder này sẽ có nhiệm vụ đọc giá trị dựa trên độ nghiêng và vận tốc của hệ thống. Hệ robot xe hai bánh bánh cân bằng hoạt động tương tự như hệ thống con lắc ngược cổ điển. Đối tượng điều khiển chúng ta hướng tới khi điều khiển hệ xe hai bánh cân bằng là giữ cho hệ thống ở vị trí cân bằng thẳng đứng hướng lên như Hình 11.2

Đối với các xe ba hay bốn bánh, việc thăng bằng và ổn định của chúng là nhờ trọng tâm của chúng nằm trong bề mặt chân đế do các bánh xe tạo ra. Đối với các xe hai bánh có cấu trúc như xe đạp, việc thăng bằng khi không di chuyển là hoàn toàn không thể, vì việc thăng bằng của xe dựa trên tính chất con quay hồi chuyển ở hai bánh xe khi đang quay. Còn đối với xe hai bánh tự cân bằng, là loại xe chỉ có hai bánh với trục của hai bánh xe trùng nhau, để cho xe cân bằng, trọng tâm của xe (bao gồm cả người sử dụng chúng) cần được giữ nằm ngay giữa các bánh xe. Điều này giống như ta giữ một cây gậy dựng thẳng đứng cân bằng trong lòng bàn tay.

Thực ra, trọng tâm của toàn bộ xe hai bánh không được biết nằm ở vị trí nào, cũng không có cách nào tìm ra nó, và có thể không có khả năng di chuyển bánh xe đủ nhanh để giữ nó luôn ở dưới toàn bộ trọng tâm.

Về mặt kỹ thuật, góc giữa sàn xe hai bánh và chiều trọng lực có thể biết được. Do vậy, thay vì tìm cách xác định trọng tâm nằm giữa các bánh xe, tay lái cần được giữ thẳng đứng, vuông góc với sàn xe (góc cân bằng khi ấy là zero). [22] ***Hình 11.1*** *Nguyên lý xe hai bánh tự cân bằng*

67

***Hình 11.2*** *Trạng thái cân bằng và trạng thái di chuyển*

Nếu tay lái được đẩy hơi nghiêng tới trước, xe hai bánh sẽ chạy tới trước và khi nó được đẩy nghiêng ra sau, xe hai bánh sẽ chạy lùi. Đây là một phân tích lý tính. Hầu hết mọi người đều có thể kiểm soát tay lái trong vòng vài giây để giữ lấy nó.

Để dừng lại, chỉ cần kéo trọng tâm xe nghiêng ngược hướng đang di chuyển thì tốc độ xe giảm xuống. Do tốc độ cảm nhận và phản ứng thăng bằng của mỗi người là khác nhau, nên xe hai bánh tự cân bằng chỉ được thiết kế cho một người sử dụng ***Hình 11.3*** *Xe hai bánh đi lên và đi xuống*

Các ứng dụng trong thực tế được nghiên cứu và phát triển dựa trên hệ thống robot xe hai bánh cân bằng rất đa dạng trong những năm gần đây, chẳng hạn như ô tô, tàu vũ trụ, vận tải nội địa, vận tải quân sự, robot hỗ trợ người khuyết tật, v.v. Hai ứng dụng khá phổ biến hiện nay như Hình 11.3

68



***Hình 11.3*** *Xe hai bánh cân bằng Segway và xe trượt Hoverboard* **11.2 Mô hình toán học hệ robot xe hai bánh cân bằng**

Sơ đồ và hệ quy chiếu hệ xe hai bánh tự cân bằng được thể hiện như hình theo tài liệu [22] [23]:



***Hình 11.4*** *Cơ cấu vật lý của hệ robot xe hai bánh cân bằng*

**

***Hình 11.5*** *Mô tả xe hai bánh tự cân bằng nhìn nghiêng và từ trên xuống* ❖ Trong đó, cách thành phần của hệ được liệt kê ở Bảng 11.1:

69

***Bảng 11.1*** *Các ký hiệu trong hệ thống*

| **Ký hiệu**  m (*kg*)  M (*kg*)  R (*m*)  W (*m*)  D (*m*)  H (*m*)  L (*m*)  ����  ����  ���� (����. ��2)  ���� (��)  ���� (��������  ������)  ���� (����  ��)  N  g (����2)  �� (������)  ����,�� (������)  ѱ (������)  �� (������)  ����, ����, ���� (��)  ����, ����, ���� (��)  ����, ����, ���� (��)  ����, ��ѱ, ���� (����)  ����,�� (����)  ����, ���� (��)  ����, ���� (��) | **Ý nghĩa**  Khối lượng 2 bánh xe  Khối lượng thân xe  Đường kính bánh xe  Chiều rộng của thân xe  Chiều dài của thân xe  Chiều cao của thân xe  Khoảng cách giữa trọng tâm thân xe đến trục bánh xe Hệ số ma sát giữa bánh xe với mặt đường  Hệ số ma sát giữa thân xe với động cơ DC Mô men quán tính động cơ DC  Trở kháng động cơ DC  Sức điện động cảm ứng của động cơ DC  Mô men lực của động cơ DC  Tỉ số giảm tốc  Gia tốc trọng trường  Góc xoay trung bình của bánh xe trái và phải Góc xoay của bánh xe trái và phải  Góc nghiêng khung xe  Góc quay của xe  Trục tọa độ của bánh xe trái  Trục tọa độ của bánh xe phải  Trục tọa độ trung bình  Momen phát động theo các hướng khác nhau Momen phát động của động bánh trái, phải Dòng điện động cơ trái và phải  Điện áp động cơ trái và phải |
| --- | --- |

Ta sử dụng phương pháp Euler – Lagrange để xây dựng mô hình động học. Giả sử tại thời điểm t = 0, xe di chuyển theo chiều dương trục x, ta có góc tịnh tiến trung bình của hai bánh xe và góc xoay của xe được xác định như sau:

70

[����] = [

1

2(����+����) ��

��(����−����)

]

(11.1)

Tọa độ trung bình của robot trong hệ quy chiếu:

����

∫ ��̇��

(11.2)

[

���� ����

] =

∫ ��̇��

[

�� ]

����̇] = [����̇��������

����̇��������](11.3) [��̇��

Tọa độ của bánh xe bên trái trong hệ quy chiếu:

����

���� −��2��������

(11.4)

[

���� ����

] =

���� +��2��������

[

���� ]

Tọa độ của bánh xe bên phải trong hệ quy chiếu:

����

���� +��2��������

(11.5)

[

���� ����

] =

���� −��2��������

[

���� ]

Tọa độ tâm giữa hai trục động cơ:

[

���� ���� ����

] = [

���� + ������������������ ���������������������� ���� + ����������

]

(11.6)

Phương trình động năng của chuyển động tịnh tiến: ��1 =12��(��̇��2 + ��̇��2 + ��̇��2) +12��(��̇��2 + ��̇��2 + ��̇��2) +12��(��̇��2 + ��̇��2 + ����̇2)

Phương trình động năng của chuyển động quay:

(11.7)

71

��2 =12������̇��2+12������̇��2+12������̇2 +12������̇2 +12��2����(��̇�� − ��̇)2 +12��2����(��̇�� − ��̇)2

(11.8)

Với 12��2����(��̇�� − ��̇)2;12��2����(��̇�� − ��̇)2là động năng quay của phần ứng động cơ trái và phải.

Tổng thế năng của hệ thống:

�� = �������� + �������� + ��������(11.9)

Phương trình Lagrange:

�� = ��1 + ��2 − �� (11.10) ���� (����

��

����̇) −����

���� = ����(11.11)

���� (����

���� = ����(11.12)

��

����̇) −����

���� (����

���� = ����(11.13)

��

����̇) −����

Lấy đạo hàm *L* theo các biến ta được:

[(2�� + ��)��2 + 2���� + 2��2����]��̈+ (�������������� − 2��2����)��̈− ��������̇2�������� = ����

(�������������� − 2��2����)��̈+ (����2 + ���� + 2��2����)��̈− �������������� − ����2��̇2���������������� = ����

[12����2 + ���� +��2

2��2(���� + ��2����) + ����2������2��] ��̈2 +

2����2��̇��̇ ���������������� = ����

Momen động lực do động cơ DC sinh ra:

(11.14) (11.15) (11.16)

[

���� ���� ����

] = [

���� + ����

����

��

2��(���� − ����)

]

(11.17)

���� = ���������� + ����(��̇ − ��̇��) − ������̇��(11.18) ���� = ���������� + ����(��̇ − ��̇��) − ������̇��(11.19) ���� = −���������� − ���������� − ����(��̇ − ��̇��) − ����(��̇ − ��̇��) (11.20)

72

Sử dụng phương pháp PWM để điều khiển động cơ nên chuyển từ dòng điện sang điện áp động cơ:

������̇̇��,�� = ����,�� + ����(��̇ − ��̇��,��) − ��������,��(11.21) Xem điện cảm phần ứng tương đối nhỏ (gần bằng 0), có thể bỏ qua, suy ra:

����,�� =����,�� + ����(��̇ − ��̇��,��) ����

Từ đó, momen lực sinh ra:

(11.22)

���� = ��(���� + ����) − 2(�� + ����)��̇ + 2����̇ (11.23) ���� = −��(���� + ����) + 2����̇ − 2����̇ (11.24) Với �� =������

����và �� =����������

����+ ����(11.25)

2����(���� − ����) −��2

���� =��

2��2(�� + ����)��̇(11.26)

Thu được phương trình động lực học mô ta chuyển động của xe như sau: [(2�� + ��)��2 + 2���� + 2��2����]��̈+ (�������������� − 2��2����)��̈− ��������̇2�������� = ��(���� + ����) − 2(�� + ����)��̇ + 2����̇

(�������������� − 2��2����)��̈+ (����2 + ���� + 2��2����)��̈− �������������� − ����2��̇2���������������� = −��(���� + ����) + 2����̇ − 2����̇

[12����2 + ���� +��2

2��2(���� + ��2����) + ����2������2��] ��̈2 +

2����(���� − ����) −��2

(11.23) (11.24) (11.25)

2����2��̇��̇ ���������������� =��

2��2(�� + ����)��̇

73

**CHƯƠNG 12: MÔ HÌNH HỆ THỐNG LÒ NHIỆT 12.1 Giới thiệu về mô hình hệ lò nhiệt**

Lò nhiệt là mô hình phi tuyến, khó điều khiển bởi hàm truyền của hệ là hàm có hai thành phần gồm khâu quán tính bậc nhất và khâu trễ. Lò nhiệt đạt tới nhiệt độ cần cung cấp, mất thời gian khá dài. Vì vậy, một số phương pháp điều khiển truyền thống thường vẫn tồn tại xong ít nhiều khó khăn nhất định cho người thiết kế hệ thống điều khiển.

Lò điện trở là loại thiết bị biến đổi điện năng thành nhiệt năng thông qua dây đốt. Từ dây đốt, qua bức xạ, đối lưu và truyền nhiệt dẫn nhiệt, nhiệt năng được truyền tới vật cần gia nhiệt. Lò điện trở được dùng để nung, nhiệt luyện nấu chảy kim loại màu và hợp kim màu [24].

Quá trình gia nhiệt là quá trình phổ biến được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp như thực phẩm, sản xuất và nông nghiệp, ứng dụng sưởi ấm thích hợp trong quá trình sản xuất sản phẩm để đảm bảo chất lượng và kéo dài tuổi thọ. Điều khiển PID được biết đến như một điều khiển đơn giản và mạnh mẽ được ứng dụng điều khiển quá trình gia nhiệt này. Theo thống kê, có hơn 97% bộ điều khiển trong công nghiệp là cùng loại với bộ điều khiển PID [25].

Mô hình thực hệ thống lò nhiệt được giới thiệu trong Hình 12.1: 

***Hình 12.1*** *Mô hình thực hệ thống lò nhiệt trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM*

74

Cấu tạo cơ khí của hệ thống bao gồm:

1- Lò nhiệt bằng mica, bóng đèn dây tóc 100W, LM35

2- Mạch khuếch đại

3- Vi điều khiển

4- Mạch phát hiện điểm 0

5- Mạch công suất

6- Nguồn 220VAC

**12.2 Mô hình toán học của hệ thống lò nhiệt**

Từ tài liệu [26] [27], ta có được phương trình hàm truyền mô tả các đặc tính của hệ thống lò nhiệt được trình bày ở công thức (12.1):

��(��) =��

��2�� + 1��−��1��(12.1) Trong đó :

��, ��1, ��2: là hằng số dương

Chúng ta nhận thấy rằng phản ứng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất như trong Hình 12.3. Đáp ứng trong Hình 12.3 tương đương với đáp ứng trong Hình 12.2 nếu chúng ta xét theo phương trình (12.2):

��−��1�� ≈1 ��1�� + 1

(12.2)



***Hình 12.2*** *Đáp ứng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất*

***Hình 12.3*** *Đáp ứng gần đúng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất*

75

**12.3 Giới thiệu về các thành phần trong mô hình thực tế hệ thống lò nhiệt**

Mô hình thực hệ thống lò nhiệt được tác giả giới thiệu trong Hình 12.1 là mô hình tổng quát được xây dựng trong phòng thí nghiệm của trường. Mô hình lò nhiệt trong cuốn sách này gồm một hộp mica và các khớp nối được in 3D để lắp ráp. Bên trong lò, một lớp cách nhiệt được đặt để giữ nhiệt và cảm biến nhiệt độ LM35 đặt bên trong để đo nhiệt độ của lò nhiệt. Ngoài ra, về thành phần cấu tạo nên hệ thống gồm mạch khuếch đại, mạch công suất và mạch phát hiện điểm 0, tác giả sẽ giới thiệu nguyên lý hoạt động và sơ đồ đi dây của lần lượt các loại mạch thành phần.

***Mạch khếch đại*** [25]

• Mạch khuếch đại được dùng để xử lí tín hiệu nhằm tăng độ phân giải điện áp được thể hiện ở Hình 12.4.



***Hình 12.4*** *Mạch khuếch đại*

• *Nguyên lý hoạt động:* Vi điều khiển sẽ đọc tín hiệu từ chân �������� của mạch khếch đại và xử lí cho ra tín hiệu phù hợp để kích chân G của triac làm cho đèn sáng. Sự thay đổi của góc kích quyết định công suất mở của triac. Khi góc kích �� thay đổi thì điện áp đầu ra của triac cũng sẽ thay đổi. Góc kích �� = 0 công suất đạt 100% triac mở hoàn toàn, góc �� lúc công suất đạt 50% triac mở

một nửa, góc �� lúc công suất đạt 0% triac ngưng dẫn. Tác giả điều khiển được góc kích khi tìm được điểm 0, tức là điểm giao nhau giữa chu kỳ âm và chu kỳ dương của điện áp xoay chiều. Quá trình được biểu thị ở Hình 12.5

76